SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

1) Raccoglimento a fattore comune (Applicabile ad un polinomio di un numero qualunque di termini purchè i termini presentino almeno una lettera o un numero che si ripete in tutti)

2) $A^2 - B^2$ $=(A+B)(A-B)$ 3) $A^3 \pm B^3$ $=(A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$	BINOMI

	TRINOMI

	QUADRINOMI

	POLINOMI DI 6 TERMINI

9) RUFFINI comune (Applicabile ad un polinomio di un numero qualunque di termini purchè i termini contengano una sola lettera)

ESEMPI SVOLTI

TIPO 1)

- $xy^2 + x^3y - x^5$ Il polinomio è di tipo 1) infatti nei 3 termini si ripete x. In tal caso si procede scrivendo al di fuori di una parentesi la lettera che si ripete con l'esponente più piccolo e all'interno della parentesi i quozienti di ciascun termine del polinomio da scomporre per il fattore scritto al di fuori della parentesi). Per cui si ha:
  $xy^2 + x^3y - x^5 = x(y^2 + x^2y - x^4)$
- $7a^4b^2 - a^3b = a^3b(7a - 1)$
  Se non si ripetono lettere ma numeri, oppure se oltre alle lettere si ripetono anche numeri, come fattore esterno alla parentesi va messo il MCD dei numeri)
- $5x + 15 = 5(x + 3)$
- $3a^2y - 9y^2a = 3ay(a - 3y)$
- $\frac{20}{3}x^{15} + \frac{10}{3}x^{10} - \frac{5}{3}x^5 = \frac{5}{3}x^5(4x^{10} + 2x^5 - 1)$
- $\frac{1}{3}ab + \frac{4}{3}a = \frac{1}{3}a(b + 4a)$

TIPO 2)

- $x^2 - 25y^4$ Il polinomio è di tipo 2). Infatti è una differenza di quadrati. In tal caso si considera la somma per la differenza delle basi dei quadrati
  $x^2 - 25y^4 = (x - 5y^2)(x + 5y^2)$
- $a^2x^2 - 1 = (ax - 1)(ax + 1)$
- $36a^6 - 25x^{10} = (6a^3 - 5x^5)(6a^3 + 5x^5)$

TIPO 4)

- $9 - 6x + x^2$. Il polinomio è di tipo 3). Infatti contiene 2 quadrati (che sono 9 e x^2) e il doppio prodotto delle basi dei quadrati(che è -6*x*).
  $9 - 6x + x^2 = (3 - x)^2$
- $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
- $4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2 = \left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2$
- $-2ab + a^2b^2 + 1 = (ab - 1)^2$

TIPO 6)

- $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$. Il polinomio è di tipo 6) . Infatti contiene 2 cubi (che sono x^3 e $8y^3$) e due tripli prodotti (che sono $6x^2y$ *e* $12xy^2$)
- $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$
- $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)^3$

TIPO 3)

- $b^3 + z^3$ Il polinomio è di tipo 3). Infatti è una somma di cubi. In tal caso si considera la somma delle basi dei cubi per il trinomio contenente i quadrati delle basi e il prodotto delle basi considerato con segno meno per la somma e con segno + per la differenza
  $b^2 + z^2 = (b+z)(b^2 + bz + z^2)$
- $\frac{1}{8} - 125a^3 = \left(\frac{1}{2} - 5a\right)\left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2}a + 25a^2\right)$

TIPO 5)

- $a^2 - 11a + 18 = (a-2)(a-9)$ Infatti -2 x (-9)= 18 e -2 + (-9) = -11
- $y^2 - 3a - 4 = (y-4)(y+1)$ Infatti -4 x 1 = -4 e -4 + 1 = - 3

TIPO 7)

- $y + x - yb - xb =$ tra il primo e terzo termine si ripete y e tra il secondo e il quarto si ripete x. Si può quindi scomporre per raccoglimento totale la parte $y - yb$ e si ha:
  $y - yb = y(1-b)$ e la parte $x - xb$ e si ha: $x - xb = x(1-b)$. Tutto il polinomio diventa allora:
  $y + x - yb - xb = y(1-b) + x(1-b)$ Poiché ora si ripete la parentesi $(1-b)$ la si mette in evidenza, cioè la si scrive al di fuori di una seconda parentesi all'interno della quale vanno i fattori rimanenti.
  Si ha quindi : $y + x - yb - xb = y(1-b) + x(1-b) = (1-b)(y+x)$
- $y + x - yb - xb = y(1-b) + x(1-b)$
- $\underline{a^2} - \underline{a^3} + \underline{\underline{2}} - \underline{\underline{2a}} = a^2(1-a) + 2(1-a) = (1-a)(a^2+2)$
- $4x - y + \underline{\underline{2}} - 2xy = 2(2x+1) - y(2x+1) = (2x+1)(2-y)$
- $3x^2y - 2y - 6x^3 + 4x = y(3x^2-2) - 2x(3x^2-2) = (3x^2-2)(y-2x)$

TIPO 8)

- $x^2 + 4 + 25y^2 + 4x - 10xy - 20y = (x + 2 - 5y)^2$

PIU' TIPOLOGIE INSIEME (Si parte sempre dal raccoglimento a fattore comune)

- $5x^2y - 20y^3 = 5y(x^2 - 4y^2) = 5y(x+2y)(x-2y)$
- $b^3 - 4b^2 + 4b = b(b^2 - 4b + 4) = b(b-2)^2$

- $16b^2 - 81 = (4b^2 - 9)(4b^2 + 9) = (2b-3)(2b+3)(4b^2+9)$
- $a^4 - 1 = (a^2-1)(a^2+1) = (a-1)(a+1)(a^2+1)$

CASI PARTICOLARI DI TIPO 2)

- $(x-3)^2 - 9$ E' differenza di quadrati con $A^2 = (x-3)^2$ e $B^2 = 9$ Per cui si ha:
- $(x-3)^2 - 9 = [(x-3)+3] \cdot [(x-3)-3]$

CASI PARTICOLARI DI TIPO 1)

- $ab(x-3) - 2(x-3)$ Si ripete (x – 3) e quindi si ha :
  $ab(x-3) - 2(x-3) = (x-3)(ab-2)$.
- $5(x-3)^2 - 2x(x-3)$ Si ripete (x – 3) e quindi si ha :
  $5(x-3)^2 - 2x(x-3) = (x-3) \cdot [5(x-3) - 2x]$

CASI PARTICOLARI DI TIPO 7)

- $x^2 + 25y^2 - 10xy - 9 = (x-5y)^2 - 3^2$ (raggruppando i primi tre). Cioè si tratta del tipo 2) con $A^2 =$ $= (x-5y)^2$ e $B^2 = 9$ e quindi la scomposizione è la seguente:
  $x^2 + 25y^2 - 10xy - 9 = (x-5y)^2 - 3^2 = [(x-5y)+3] \cdot [(x-5y)-3]$

SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI MEDIANTE REGOLA DI RUFFINI

<u>PREMESSA</u>: REGOLA DI RUFFINI

La regola generale per determinare quoziente e resto della divisione tra due polinomi $A(x)$ e$B(x)$ può essere semplificata quando il divisore è un binomio di primo grado con coefficiente della variabile uguale a 1 e cioè del tipo x – c. In questo la procedura prende il nome di Regola di Ruffini che illustriamo con un esempio.

Si voglia trovare il quoziente $Q(x)$e il resto $R(x)$della divisione tra il polinomio $A(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ e il binomio di primo grado $B(x) = x - 2$.

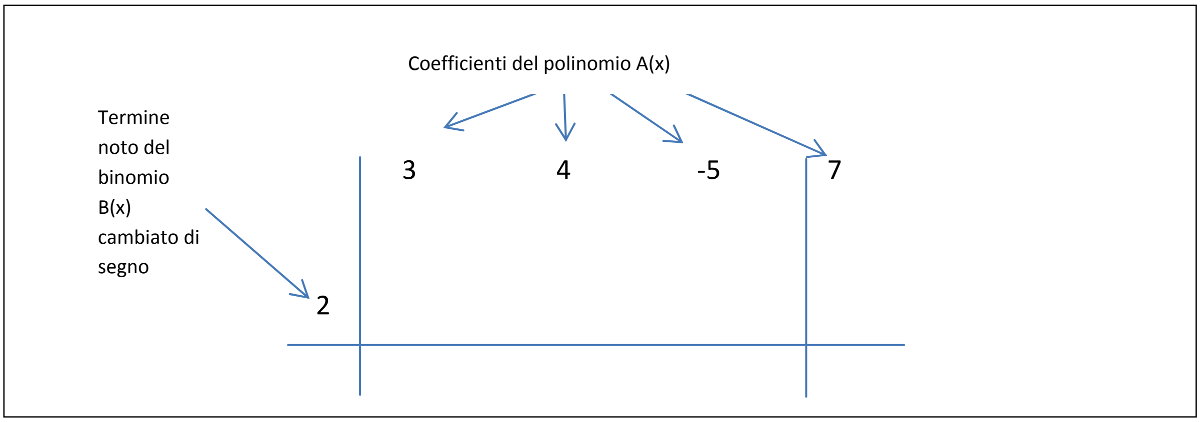
SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI MEDIANTE REGOLA DI RUFFINI

<u>PREMESSA</u>: REGOLA DI RUFFINI

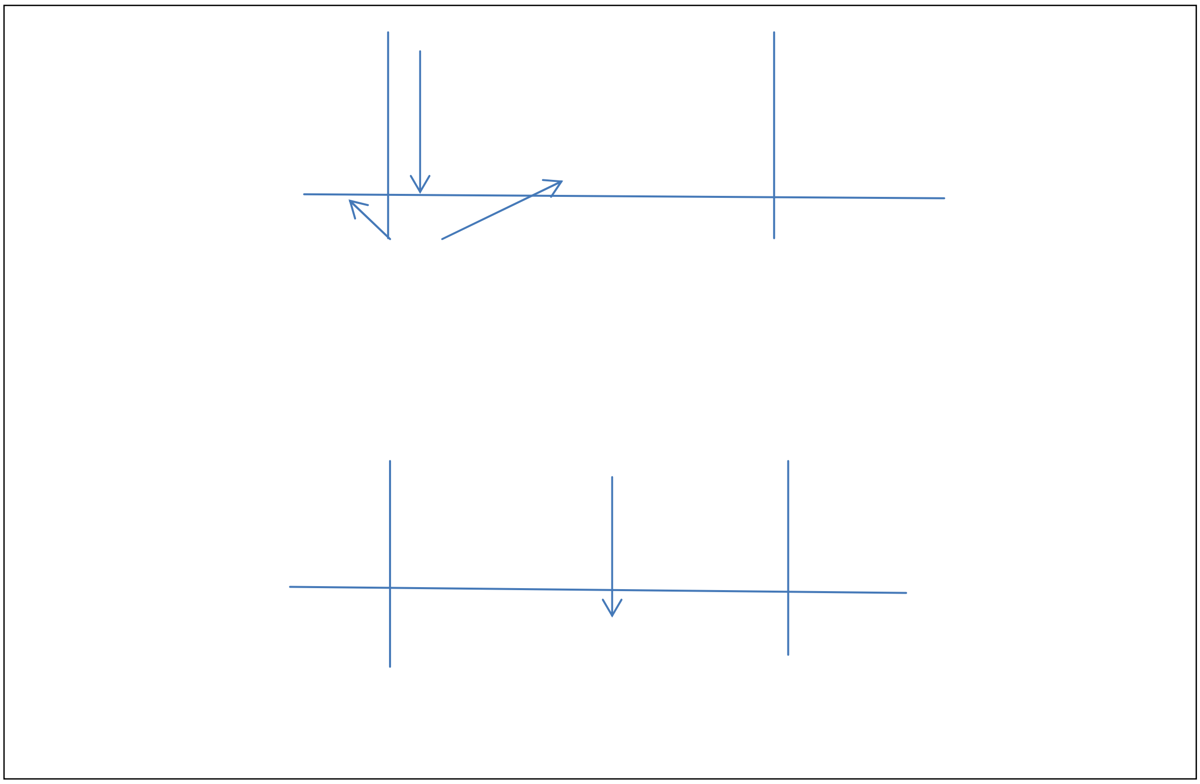
La regola generale per determinare quoziente e resto della divisione tra due polinomi $A(x)$ e$B(x)$ può essere semplificata quando il divisore è un binomio di primo grado con coefficiente della variabile uguale a 1 e cioè del tipo x – c. In questo la procedura prende il nome di Regola di Ruffini che illustriamo con un esempio.

Si voglia trovare il quoziente $Q(x)$e il resto $R(x)$della divisione tra il polinomio $A(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ e il binomio di primo grado $B(x) = x - 2$.

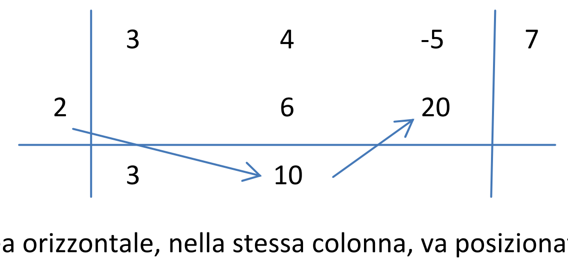
Predisponiamo il seguente schema:



Successivamente si riscrive il primo coefficiente di A(x) e cioè 3, al di sotto della linea orizzontale, si moltiplica 3 per 2 e il risultato si scrive sotto il secondo coefficiente e cioè 4



A sua volta il 10 va moltiplicato per 2 e il risultato ottenuto va posizionato al di sotto del terzo coefficiente e cioè -5



E, al di sotto della linea orizzontale, nella stessa colonna, va posizionata la somma di -5 e 20

	3	4	-5	7
2		6	20	
	3	10	15	

Ora il 15 moltiplica il 2 e il risultato ottenuto va posizionato al di sotto del termine noto e cioè 7

	3	4	-5	7
2		6	20	30
	3	10	15	

Infine si addizionano i termini dell'ultima colonna ottenuta e il risultato si posiziona al di sotto della linea orizzontale

	3	4	-5	7
2		6	20	30
	3	10	15	37

Il numero 37 è il resto della divisione R(x) = 37

I numeri contenuti al di sotto della linea orizzontale tranne 37 e cioè 3; 10; 15 sono i coefficienti del polinomio quoziente Q(x) = $3x^2 + 10x + 15$

Si noti che la parte letterale si ottiene partendo dal grado di A(x) diminuito di 1 e andando a decrescere.

Nell'esempio precedente A(x) è un polinomio completo e cioè sono presenti tutte le potenze da 3 a 0.

Se il polinomio non è completo va completato. Ad esempio: $A(x) = 2x^4 - x^3 - 5x^2 - 8$ Il polinomio è incompleto perché

Si completa nel modo seguente : $A(x) = 2x^4 - x^3 - 5x^2 + 0x - 8$. Se B(x) = x + 1 si ha

	2	-1	-5	0	-8
-1		-2	3	2	-2
	2	-3	-2	2	-10

Il quoziente è Q(x) = $2x^3 - 3x^2 - 2x + 2$ e il resto è -10