

Turbomacchine

Esercitazione sulle pompe centrifughe



Prof. Andrea Arnone
Ing. Matteo Checcucci

Studente:
Miguel Alfonso Mendez

Introduzione

- Si propone il dimensionamento preliminare di una pompa centrifuga partendo dai seguenti dati di progetto:

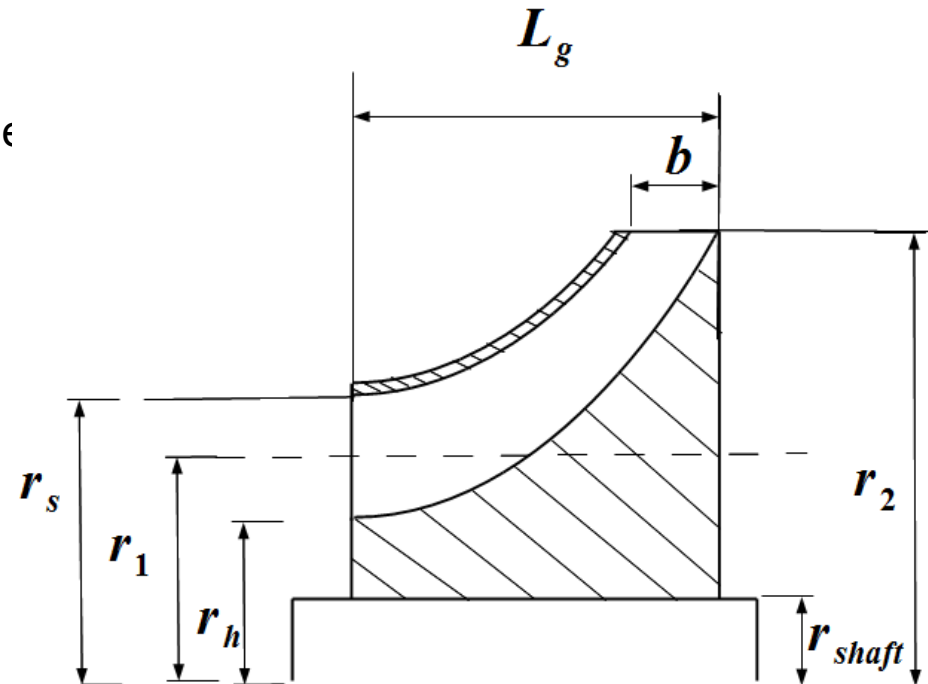
$$H = 100m$$

$$Q = 200m^3/h$$

$$D_{1h}/D_2 = 0,25$$

- Per indicare le variabili geometriche e fluidodinamiche si mettono i pedici come nello schema in figura

- Per lo svolgimento dell'esercitazione è stato utilizzato il software EES, si riportano in blu le righe di codice.



Scelta della velocità di rotazione

- Resta in un primo momento libera la scelta della velocità di rotazione della macchina, che volendo essere semplicemente accoppiata con un motore elettrico (senza quindi ricorrere a ingranaggi riduttori/moltiplicatori) dipende dal numero di poli della macchina:

1500 r.p.m per un motore a 2 coppie polari (Nel seguito indicata con S1)

3000 r.p.m per un motore a 1 coppia polare (Nel seguito indicata con S2)

- Ovviamente la scelta di una delle due velocità di rotazione influenzerà notevolmente i parametri di funzionamento della macchina: si può in generale affermare che una velocità di rotazione maggiore contribuisce a una riduzione delle dimensioni della macchina, ma essendo in questo caso un primo rapporto tra i diametri d'ingresso e di uscita della macchina fissati, tale variazione influirà su altre grandezze adimensionali (NPSH, psi).
- Ricorrendo alla teoria della similitudine meccanica si può basare il disegno di un prototipo sulle esperienze condotte su macchine che in esercizio hanno fornito prestazioni soddisfacenti. I parametri adimensionali di interesse nello studio di una macchina centrifuga sono:

$$f\left[\left(\frac{l_1}{l_2}, \frac{l_1 l_2}{l_3 l_3}\right), \frac{\Delta p}{\rho \frac{c^2}{2}}, \frac{\rho c D}{\mu}, \frac{c}{c_s}, \frac{\rho c^2 D}{\sigma}\right] = 0$$

Numero di giri specifico

- La scelta di un particolare tipo di macchina idraulica viene fatta attraverso un parametro adimensionale noto come velocità di giri specifica (o *shape number*: [Dixon,5]), che permette di fornire una prima classificazione. Tale parametro, si ottiene combinando il numero di flusso (ϕ) e il numero di pressione (ψ) in maniera da eliminare il diametro della macchina.

$$N_s = \frac{[r.p.m] * \sqrt{Q[m^3/h]/3600}}{H[m]^{0,75}}$$

- Si parla spesso anche di numero caratteristico di macchina, che si dimostra essere pari a $N_s/53$

[Ventrone,3].

- Nel nostro caso, per le due velocità di rotazione possibili si ottiene:

$$N_s=10,95 \quad \text{"Soluzione 1"} \\ N_s=21,91 \quad \text{"Soluzione 2"}$$

- Entrambi compresi tra 10 e 30, per cui tipicamente nel campo delle macchine radiali, lente [Pfeiderer, 1]. Si osserva inoltre che in entrambi i casi si può scegliere di proseguire il dimensionamento di una macchina monostadio.

N_s e geometria della girante

- Dall'analisi adimensionale è possibile ricavare la seguente relazione [Valorani-Nasuti,2] tra i tre diametri che definiscono le dimensioni della girante (D_{1h}, D_{1s}, D_2).

$$\frac{D_{1s}}{D_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} \sqrt[3]{\frac{N_s^2}{(1-u^2)^2}} \frac{\sqrt{\psi_2}}{\sqrt[3]{\phi_1}}$$

- Essendo:

$$\psi_2 = \frac{gH}{u_2^2}$$

$$\phi_1 = c_{1s}/u_{1s}$$

$$u = D_{1h}/D_{1s}$$

- Risulta interessante notare che essendo, nel caso in esame, fissato il rapporto a sinistra (u come si vedrà sarà invariabile una volta nota Q) all'aumentare della velocità specifica c'è una forte tendenza alla riduzione del coefficiente di pressione.
- Una volta noto il numero di giri caratteristico è possibile avere un stima sul rendimento (complessivo) della macchina, utilizzando grafici basati su indagini statistiche svolte per macchine *simili*. Per la macchina in esame è lecito aspettarsi un rendimento complessivo di 0,75 [Ventrone, 3]

Diametro D_h e D_a

- Fra le variabili che possono essere ottimizzare, da un punto di vista fluidodinamico, nella sezione di ingresso, non rientra il diametro minimo alla radice, poiché in genere stabilito da considerazione di natura meccanica. Esistono diverse forme di giranti per pompe che differiscono la relazione che questo diametro ha rispetto al diametro dell'albero su cui è calettata. Solitamente [Khin Cho Thin, 7] si sceglie tra 1,5 e 2 volte il diametro dell'albero.
- Come già fatto per il compressore il diametro si dimensiona con la seguente :

$$d = \left(\frac{16P}{\omega \pi^2 ADM} \right)^{1/3} \longrightarrow d[cm] = c \left(\frac{P[kW]}{N[r.p.m]} \right)^{(1/3)}$$

- Nel caso in esame, scegliendo $c=16$ si pone:

$$g=9,816 \text{ [m/s]}$$

$$H=100 \text{ [m]}$$

$$Q=200 \text{ [m}^3\text{/h]}$$

$$P=\rho \cdot g \cdot H / 1000 \cdot Q / 3600 / 0,85$$

$$D_a=16 \cdot (P/N)^{(1/3)} / 100$$

$$r_{1h}=D_a$$

$$D_{1h}=r_{1h} \cdot 2$$

- Si ottiene quindi:

$$D_{\text{shaft}}=44,71 \text{ [mm]} \quad (\text{per } 2940 \text{ r.p.m})$$

$$D_{\text{shaft}}=56,33 \text{ [mm]} \quad (\text{per } 1470 \text{ r.p.m})$$

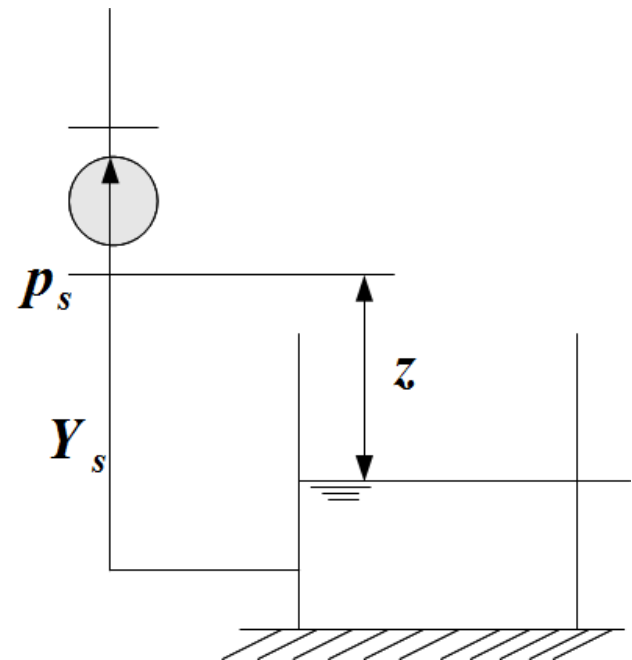
Cavitazione e $NPSH_A$

- Il fenomeno della cavitazione si genera quando la pressione statica in un punto della macchina scende al di sotto della pressione di vapore del liquido pompato e/o la pressione parziale dei gas eventualmente discolti.
- Quando ciò accade si ha la temporanea formazione di micro-bolle le quali implodono successivamente non appena la pressione statica torna ad aumentare.
- La cosa provoca rumore e vibrazione, caduta della curva caratteristica H-Q e del rendimento e una azione meccanica di forte martellamento delle pale con eventuale rottura per corrosione e/o fatica del metallo.
- Se si considera l'energia in ingresso alla pompa:

$$E_s = \frac{p_s}{\rho} + \frac{c_s^2}{2} = \frac{p_A}{\rho} - gz - Y_s$$

- Si definisce:

$$NPSH_A = E_s - \frac{p_T}{\rho}$$



NPSH_R

- Il NPSH_R (required) è una caratteristica propria di ciascuna pompa. Rappresenta l'energia "di riserva" necessaria a vincere le perdite per attrito e portare alla massima velocità esistente nei condotti rotorici e deve essere ovviamente inferiore (al massimo uguale) a quella messa a disposizione dall'impianto.
- Per questo motivo si può dire che la capacità di aspirazione di una pompa è tanto maggiore quanto minore è il suo NPSH_R.
 - Sperimentalmente si ricava la seguente:

$$NPSH_R = \frac{1}{g} \left(\lambda_1 \frac{c_{1s}^2}{2} + \lambda_2 \frac{w_{1s}^2}{2} \right)$$

- Esistono vari criteri per l'ottimizzazione della sezione d'ingresso. Quello qui utilizzato consiste nell'ottimizzare il NPSH_R, ovvero scegliere la configurazione che lo minimizza. Un altro criterio molto utilizzato consiste nel minimizzare le perdite d'urto (trovare la minima w_{1s} a parità di Q), come già visto per l'esercitazione sul compressore (Neumann).

Altri metodi si basano su indagini statistiche (Cordier) [Macchioni-Pinelli, 8], o un indice dimensionale , suction specific speed che deve essere minore di un certo valore (Wislicehus) [Dixon, 5].

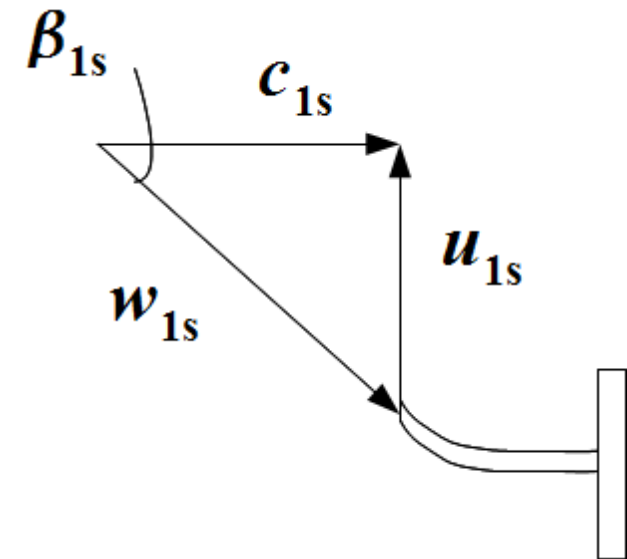
Sezione di ingresso

- Considerando il triangolo di velocità nel diametro esterno dell'occhio della girante come mostrato in figura, in assenza cioè di prerotazione, si ha:

$$w_{1s} = \frac{u_{1s}}{\sin(\beta_{1s})} \quad c_{1s} = \frac{u_{1s}}{\tan(\beta_{1s})} \quad Q [m^3/s] = N \frac{\pi}{30} \frac{r_{1s}^3}{\tan(\beta_{1s})} k\pi$$

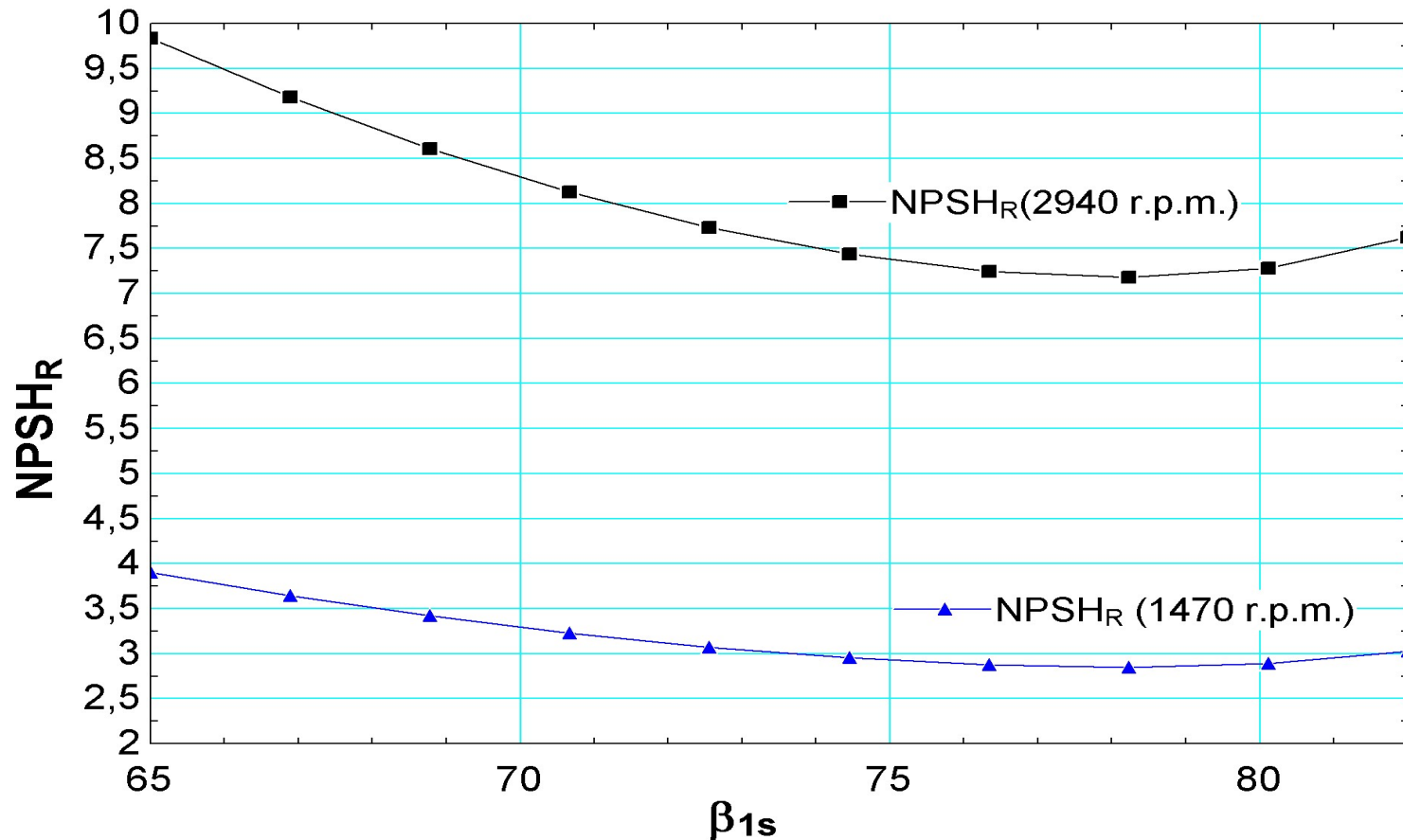
$$k = 1 - v^2 \quad u_{1s} = \omega r_{1s}$$

- Risolvendo insieme l'equazione di continuità, essendo noto r_{1h} , N , e il triangolo di velocità è possibile riportare l'espressione di $NPSH_r$ in funzione della sola β_{1s} [Pfleiderer, 1].
- Facendo variare β_{1s} si ricava l'andamento di $NPSHR$ per le due possibili velocità di rotazione



NPSH_R Vs beta_{1s}

- Gli andamenti del NPSH_R per le due soluzioni sono mostrati in figura e si ricava un minimo per $\beta_{1s} = 90 - \sqrt{1/2 * (\lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2))}$



Triangolo velocità in ingresso

- Considerando che il minimo trovato oscilla tra i 71 e i 77 deg, variando i coefficienti lambda precedentemente definiti si sceglie un valore di 74 deg. Per le due velocità di rotazione si ottiene quanto segue:

2940 r.p.m	Raggio[mm]	U_1[m/s]	W_1[m/s]	C_1[m/s]	Beta_1[deg]
Radice	44,71	13,76	9,496	6,157	42,39
Medio	57,25	17,62	11,76	6,157	43,35
Esterno	69,78	21,47	14,07	6,157	74

- Con NPSH=7,5 m

1470 r.p.m	Raggio[mm]	U_1[m/s]	W_1[m/s]	C_1[m/s]	Beta_1[deg]
Radice	56,33	8,667	9,496	3,879	42,39
Medio	72,13	11,1	11,76	3,879	43,35
Esterno	87,92	13,53	14,07	3,879	74

- Con NPSH=2,976 m

Triangolo di velocità in uscita -1

- Per la macchina in esame è imposto il diametro esterno per cui è nota la velocità tangenziale. Si ipotizza inizialmente che la velocità radiale sia il 80% minore di quella in ingresso. Tale ipotesi dovrà poi essere verificata una volta calcolato lo slip factor. [Wiesner, 8]

$$c_{r2}=0,8*c_1$$

$$c_{\text{THETA}2}=H*g/(u_2*0,96)$$

$$w_{\text{THETA}2}=u_2-c_{\text{THETA}2}$$

$$w_2=\text{sqrt}(w_{\text{THETA}2}^2+c_{r2}^2)$$

$$c_2=\text{sqrt}(c_{\text{THETA}2}^2+c_{r2}^2)$$

$$f_O=1-(N_{\text{pale}}*0,003)/(\pi*D_2)*1/(\sin(\beta_2))$$

$$Q_1=\pi*c_{r2}*b_2*f_O*D_2$$

$$\beta_2=\arctan(w_{\text{THETA}2}/c_{r2})$$

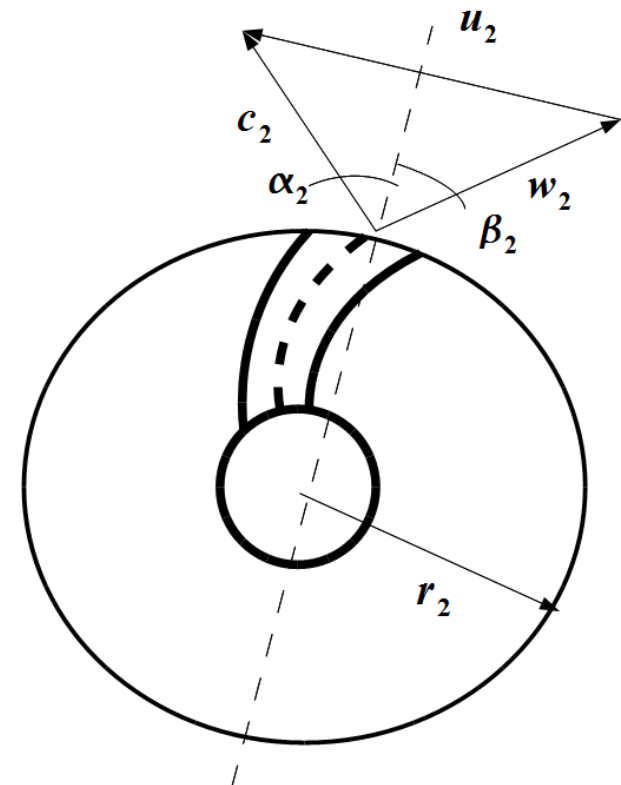
$$\alpha_2=\arctan(c_{\text{THETA}2}/c_{r2})$$

$$\beta_m=(\beta_1+\beta_2)*0,5$$

$$Z_{\text{Pale}}=f*(D_2+D_1)/(D_2-D_1)*\cos(\beta_m)$$

$$f=6,5$$

- Per la configurazione in esame viene infine proposto un numero di pale tramite la correlazione di Pfleiderer. Si ricaverà $Z_{\text{Pale}}=5,839$ (6) per 2940 r.p.m , $Z_{\text{Pale}}=7,72$ (8) per 1470 r.p.m



Triangolo di velocità in uscita -2

$$N_PALE=6$$

$$\sigma_i=0,8923$$

$$\sigma_{ii}=1-\sqrt{\cos(\beta_{2b})}/N_PALE^{0,7}$$

$$\sigma_{OL}=\sigma_{ii}*(1-((r_1/r_2-\epsilon_{Limite})/(1-\epsilon_{Limite}))^3)$$

$$\epsilon_{Limite}=1/(\exp((8,17*\cos(\beta_{2b}))/N_PALE))$$

$$\epsilon_{LIMITE}=r_1/r_2$$

$$g^*H=0,96*\sigma_i*u_2*c_{\theta_{2b}}$$

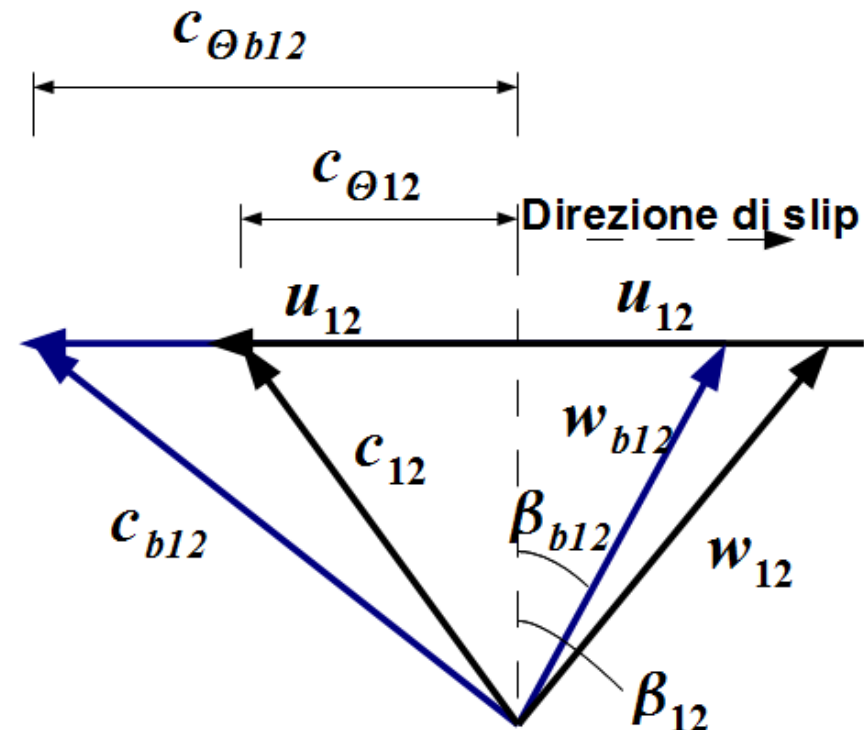
$$\alpha_{2b}=\arctan(c_{\theta_{2b}}/c_{r2})$$

$$w_{\theta_{2b}}=u_2-c_{\theta_{2b}}$$

$$\beta_{2b}=\arctan(w_{\theta_{2b}}/c_{r2})$$

- Quando $\sigma_i=\sigma_{ii}$ il ciclo si chiude e il triangolo in uscita è risolto

- Iterativamente viene calcolato il valore di σ



Triangoli in uscita-Risultati

- Risolvendo con entrambe le velocità di rotazione si ottiene quanto segue:

N [r.p.m]	U_2 [m/s]	Psi_2	C_r2 [m/s]	C_theta2 [m/s]	Beta_2 [deg]	Beta_2b [deg]	W_2 [m/s]	Z	sigma	B_2 [mm]
2940	55,03	0,32	4,9	18,58	82,3	80,72	36,79	6	0,885	10,2
1470	34,67	0,82	3,1	29,49	59,06	-45,12	6,04	8	0,760	12,42

- Quando la velocità è 1470 accade che la velocità u_2 è , essendo fissato r_2 , modesta. Il coefficiente di pressione ψ_2 si alza e risulta che la componente c_{θ} aumenta notevolmente (per la formula di Eulero). Quando si va a considerare il rendimento della girante (fissato per ora a 0,96) e lo slip factor si ottiene una $c_{\theta 2b}$ di 37,14 m/s, maggiore di u : di qui l'esigenza di mettere la pala spostata in avanti (β_{2b} negativo)

In definitiva la soluzione utilizzata sarà $N=3000$ r.p.m

Design della voluta

➤ La voluta ha il compito di raccolta e ulteriore rallentamento del flusso e viene disegnata attraverso tre considerazioni principali:

1. Il flusso è a vortice libero, per cui si ha la conservazione del momento angolare:

$$c_{\theta}(r)r = K$$

2. La portata ad una distanza r dall'asse è:

$$Q(r) = 2\pi r c_r(r) b(r)$$

3. Per l'equazione di continuità tra le componenti tangenziale e meridiana esiste la seguente relazione:

$$\tan(\alpha) = \frac{c_{\theta}(r)}{c_r} = \frac{Q(r)}{2\pi K} \frac{1}{b(r)}$$

Sezione trasversale

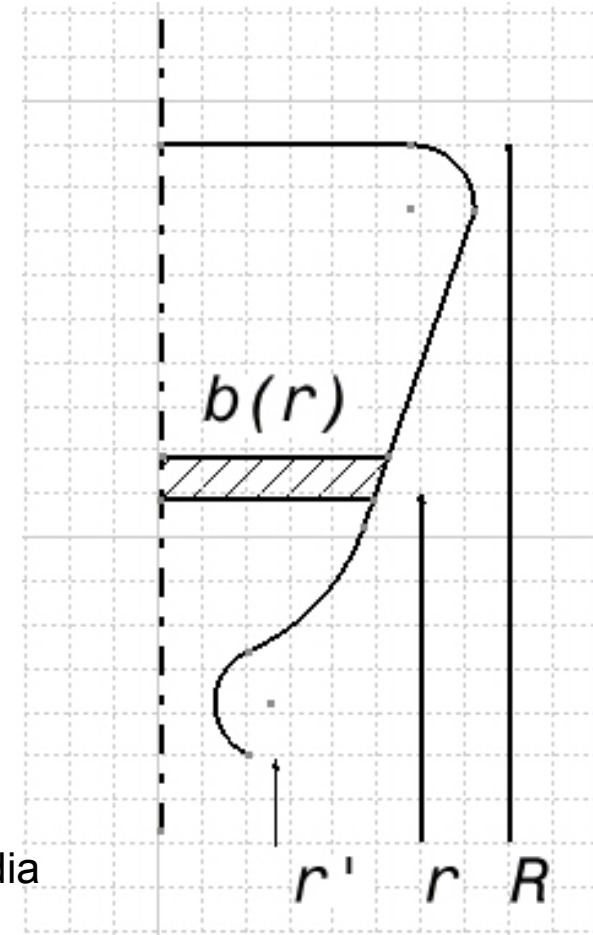
- La forma della sezione trasversale influisce sulla funzione $b(r)$, quindi attraverso le tre formule precedenti sulla traiettoria delle linee di flusso.

$$Q_{\theta} = \int_{r=r_3}^{r=R} dQ_{\theta} = \int_{r=r_3}^{r=R} b(r) dr \frac{K}{r}$$

- In una voluta circolare si ipotizzano uguali velocità e pressioni su ciascuna circonferenza concentrica alla girante, anche se non esistendo un confine laterale assial-simmetrico tale ipotesi non dovrebbe essere a rigore valida.

$$Q_{\theta} = \frac{\theta}{360^{\circ}} 2\pi r_3 b_3 c_{r3}$$

- Si può dimostrare matematicamente [Valorani-Nasuti, 3] che scegliendo una voluta a sezione circolare, poiché per quanto visto l'area cresce linearmente con theta, allora la velocità media nella sezione è costante e pari a c_{out} .



Calcolo della voluta

- Seguendo un approccio correlativo [Lobanoff, Table 3-2] si calcolano le dimensioni del diametro D_3 e lo spessore della gola. Graficamente inoltre si determina il valore del coefficiente di velocità K_3 e quindi la velocità di uscita dalla girante.

$$b_3 = 1,75 \cdot b_2$$

$$D_3 = 1,06 \cdot D_2$$

$$K_3 = 0,45$$

$$K_3 = c_{OUT} / (\sqrt{2 \cdot g \cdot H})$$

- Applicando l'equazione di continuità è quindi noto il raggio massimo della voluta.

$$Q_1 = c_{OUT} \cdot \pi \cdot R_{VMAX}^2$$

- Per una sezione circolare risolvendo l'integrale precedentemente [Plfeiderer, 1] mostrato si ricava l'andamento del raggio della voluta in funzione dell'angolo θ : dall'espressione del raggio massimo si ricava r_I e la funzione $R_v(\theta)$ è completa.

$$K_M = c_{OUT} \cdot \gamma$$

$$R_{VMAX} = Q_1 / (2 \cdot \pi \cdot K_M) + \sqrt{r_I \cdot Q_1 / (\pi \cdot K_M)}$$

$$C = 720 \cdot \pi \cdot (K_M) / Q_1$$

$$R_V = \theta / C + \sqrt{2 \cdot r_I \cdot \theta / C}$$

Disegno Voluta-1

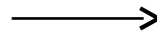
- Si ottengono quindi i seguenti dati:

$$C=178075$$

$$r_I=0,1906$$

$$R_{VMAX}=0,02978$$

- Scegliendo otto valori di theta è possibile calcolare il raggio medio della sezione, essendo fissato r_i ed essendo nota la legge di variazione della sezione $r_v(\theta)$



theta	R	x	y
0	0,190600	0,190600	0,000000
45	0,200667	0,141950	0,141837
90	0,204986	0,000163	0,204986
135	0,208358	-0,147155	0,147507
180	0,211240	-0,211240	0,000336
225	0,213810	-0,151487	-0,150885
270	0,216157	-0,000516	-0,216157
315	0,218336	0,153956	-0,154817
360	0,220382	0,220381	-0,000702

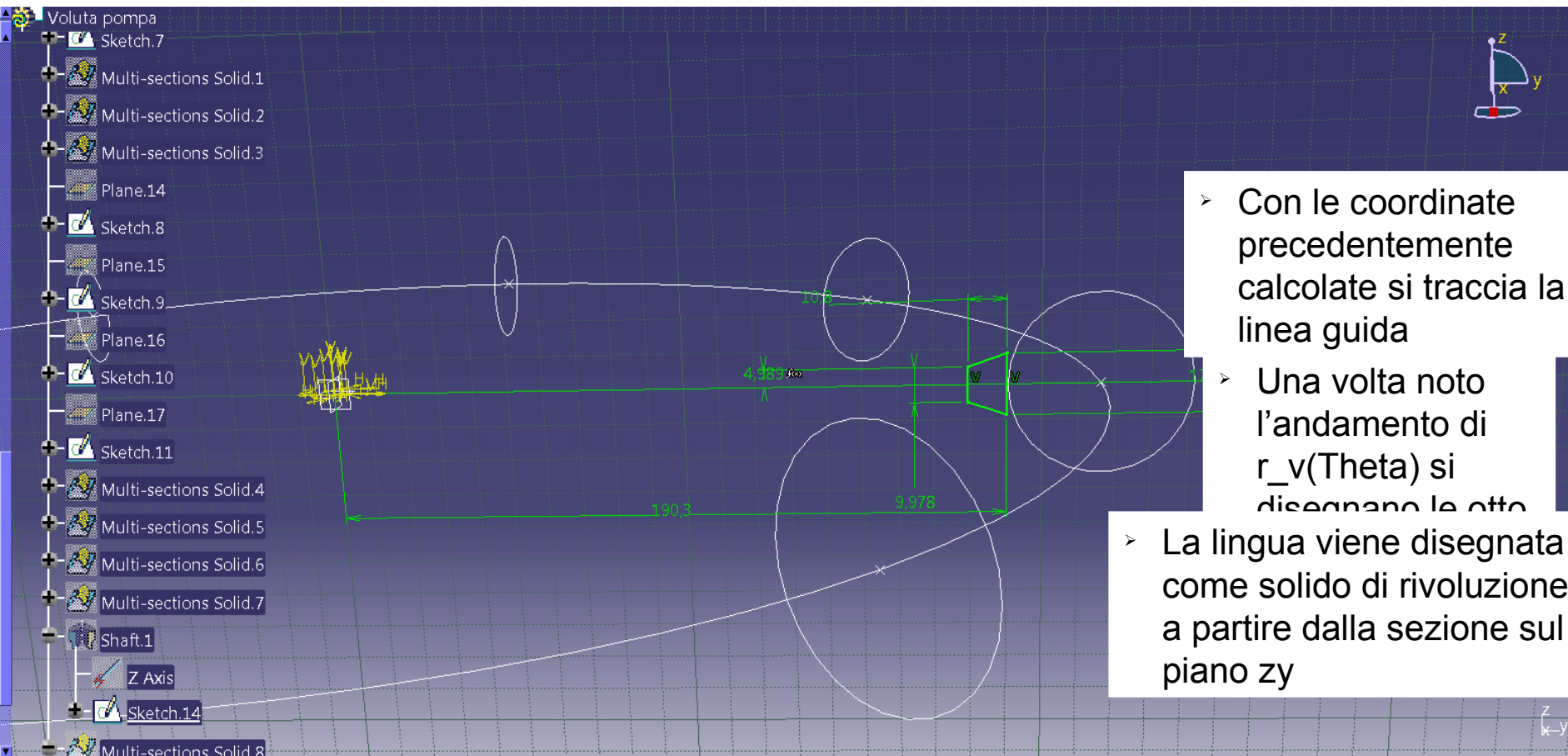
- Le colonne x e y rappresentano le coordinate dei punti che vengono poi utilizzati per costruire la curva guida, su cui vengono poi disegnate le circonferenze di raggio $R_v(\theta)$

- Una volta tracciato lo schizzo della voluta così ottenuto sarà necessario calcolare gli opportuni raggi di raccordo, facendo in modo che si abbia il giusto compenso tra le superfici asportata (f_1) e aggiunta (f_2). Tali aree non sono uguali, ma valendo la conservazione del momento angolare, considerando r_1 e r_2 le distanze tra i rispettivi baricentri e l'asse della macchina deve essere:

$$\frac{f_1}{r_1} = \frac{f_2}{r_2}$$

Disegno Voluta-2

- Sinteticamente si mostra la sequenza di costruzione della voluta.



- Con le coordinate precedentemente calcolate si traccia la linea guida

- Una volta noto l'andamento di $r_v(\Theta)$ si disegnano le otto

- La lingua viene disegnata come solido di rivoluzione a partire dalla sezione sul piano zy

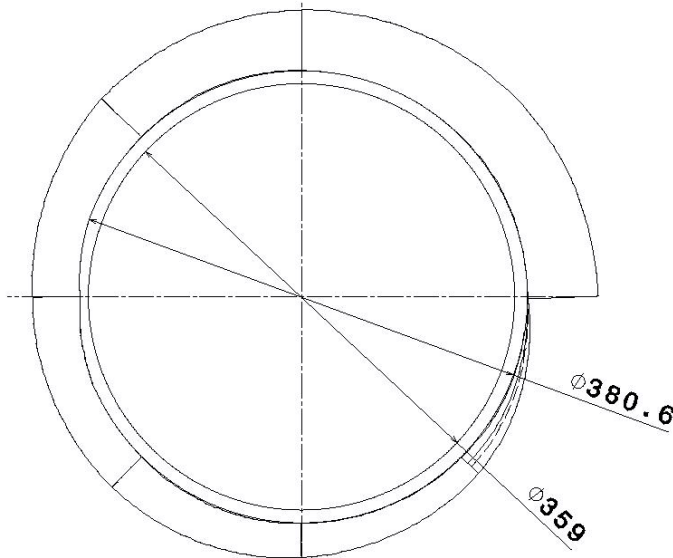
Voluta Finale



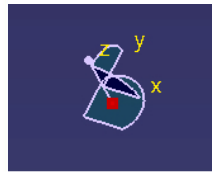
Right view
Scale: 1:3



Bottom view
Scale: 1:3



Front view
Scale: 1:3



- Particolarmente delicato è l'ultimo ottavo in quanto è necessario passare in maniera graduale dagli spigoli del diffusore alle circonferenze della voluta



Voluta Pompa Centrifuga	Miguel Alfonso Mendez
Matricola: 5044558	Esercitazione Corso di Turbomacchine



Stima delle perdite

- Avendo cominciato il lavoro ipotizzando un rendimento di 0,75 è opportuno, ricalcolare tale valore una volta note le dimensioni principali della macchina.
- Nelle condizioni nominali le perdite da computare sono quelle dovute agli attriti, alla ventilazione e alle perdite volumetriche. In condizioni nominali possono essere infatti trascurate sia le perdite per incidenza, sia quelle nella voluta (miscelamento e deviazione).
- In maniera semplificata [Ventrone, 6, Caputo, 5, Plfeiderer,1]:

$$Re = u_2 \cdot 0,5 \cdot D_2 / \nu_i$$

$$\nu_i = 0,9 \cdot 10^{-6}$$

$$H_{\text{Ventilazione}} = 8 \cdot 10^{-1} \cdot (10^6 / Re)^{1/6} \cdot u_2^3 \cdot D_2^2 / (g \cdot Q)$$

$$H_{\text{Riflux}} = H \cdot 0,9 \cdot (0,001 / (b_2 + (r_{1s} - r_{1h})))$$

$$H_A = 0,15 \cdot w_2^2 / (2 \cdot g) + 0,35 \cdot c_2^2 / (2 \cdot g)$$

- Considerando un rendimento meccanico di 0,98 si può stimare la prevalenza utile H_u (in m):

H_{eulero}	H_{tz}	H_{Vent}	H_A	H_{rifl}	H_u
116,7	104,3	5,833	16,93	2,533	77,42

Bibliografia

- [1] **C.Pfleiderer H.Petermann**, "*Turbomacchine*", Tecniche Nuove, Milano, 1985
- [2] **Mauro Valorani, Francesco Nasuti**, "*Metodi di analisi delle turbomacchine*", Dispense Università di Roma- Sapienza.
- [3] **Giuseppe Ventrone**, "*Le turbomacchine*", Libreria Cortina, 1986.
- [4] **Lobanoff Val S.** "*Centrifugal Pumps Design & Application*", Butterworth-Heineman, 1992.
- [5] **S.L.Dixon** "Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery", Butterworth-Heineman, 1998.
- [6] **Caputo C.** "*Le turbomacchine*", Volume III, UTET, 1996.
- [7] **Khin Cho Thin**, "Design and Performance Analysis of Centrifugal Pump", World Academy of Science, 46, 2008
- [8] **F. J. Wiesner**, "*A Review of Slip Factors for Centrifugal Impellers*", ASME, October 1967
- [9] **P.Macchioni, M.Pinelli**, "*Una metodologia Integrata mono-tridimensionale applicata alla progettazione di macchine idrauliche*", IA Ingegneria Ambientale vol. XXXVIII n. 12 dicembre 2009