

# Turbomacchine

*Esercitazione sui compressori centrifughi*



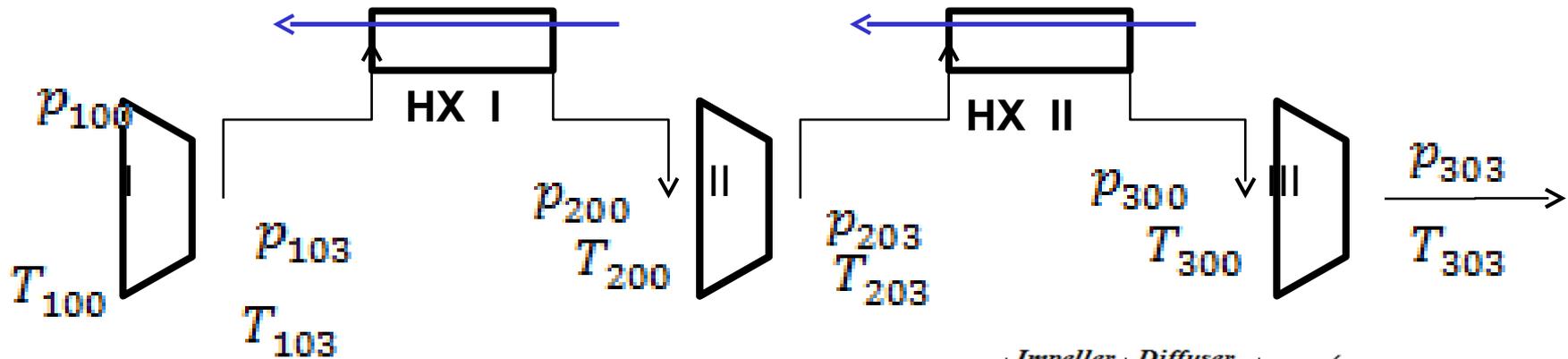
Prof. Andrea Arnone  
Ing. Michele Marconcini

Studente:  
***Miguel Alfonso Mendez***

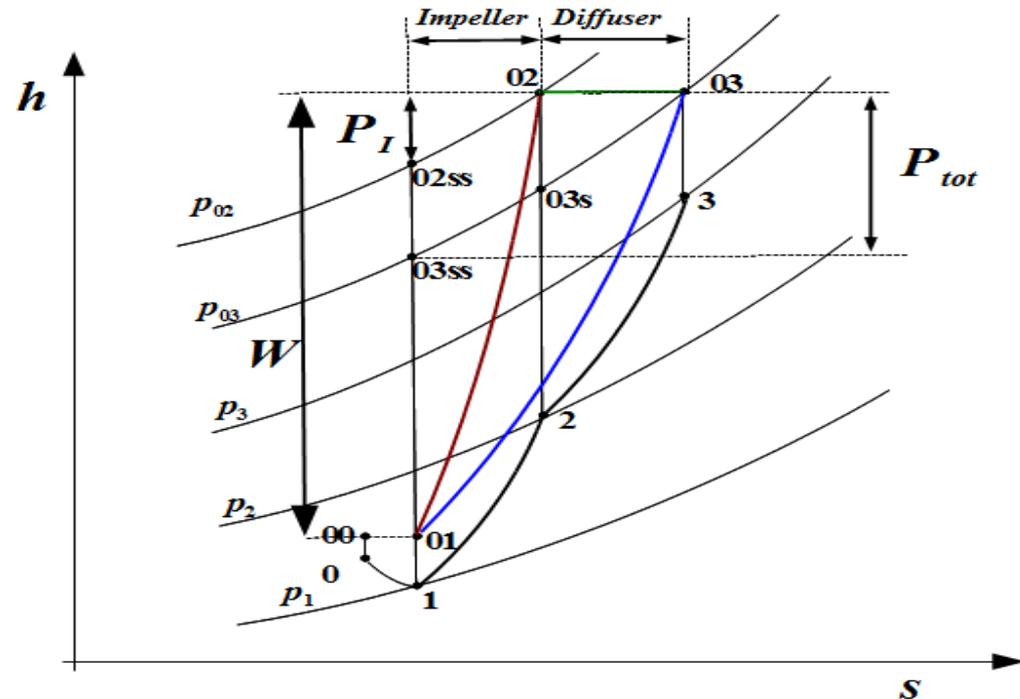
# Introduzione

- Si propone il dimensionamento preliminare di un compressore centrifugo costituito da tre stadi, con un rapporto di compressione totale-totale di 7 e che elabori una portata di  $12000 \text{ nm}^3/\text{h}$
- Il fluido da comprimere è aria, che viene considerata un gas ideale con  $\gamma = 1.4$   $R = 288.4 \text{ J/kgK}$   
 $c_p = 1,008 \text{ kJ/kgK}$   
dunque un calore specifico invariabile con la temperatura e pari a  
 $p_{100} = 103 \text{ kPa}$   $T_{100} = 293 \text{ K}$
- Le condizioni in ingresso sono:  $m_a = 4,24 \text{ kg/s}$  La portata massica in ingresso è quindi facilmente calcolabile e risulta pari a
- I due scambiatori di calore intermedi utilizzano acqua alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$  e si stima necessitino di un  $\Delta T = 10^\circ\text{C}$  per cui si fissa la temperatura di ingresso agli stadi successivi al primo di  $30^\circ\text{C}$ . Le perdite di carico attraverso gli stessi si ipotizzano pari a 70 mbar.
- In prima approssimazione si ipotizza un rendimento isoentropico di 0.8 per tutti gli stadi.
- La soluzione costruttiva adottata è quella che prevede un unico ingranaggio centrale calettato sull'albero di potenza del motore, quindi ciascuno stadio operante alla sua velocità di giri ottimale grazie ad un opportuno dimensionamento degli ingranaggi di rinvio, calettati sui tre alberi.

## Schema e notazioni del File EES



- Per il generico stadio vale le grandezze sono definite come nel diagramma h-S. Il primo dei tre numeri si riferisce allo stadio.
- Nella figura sono visibili le trasformazioni sulle grandezze totali e su quelle statiche.



## Condizioni termodinamiche -1

- Noto il rapporto di compressione totale è noto il rapporto di ciascuno stadio. Il salto di pressione aggiuntivo necessario a vincere le perdite di carico degli scambiatori viene compensato tutto nel primo stadio, essendo la soluzione exergeticamente più efficiente.

$$\beta_{TTs} = (7)^{1/3}$$

$$\beta_{1TT} = (\beta_{TTs} * p_{100} + 3 * 70 * 0,1) / p_{100}$$

$$\beta_{2TT} = \beta_{TTs}$$

$$\beta_{3TT} = \beta_{TTs}$$

- Noto il rapporto di compressione e le condizioni in ingresso si ottengono tutte le grandezze in ingresso e uscita dei vari stadi. Per il primo stadio ad esempio si ha:

$$H_{1eff} = 1 / \eta_{1is} * c_p * T_{100} * ((\beta_{1TT}^{(\gamma-1)/\gamma}) - 1)$$

$$\eta_{1is} = (T_{103ss} - T_{100}) / (T_{103} - T_{100})$$

$$H_{1eff} = c_p * (T_{103} - T_{100})$$

$$P_1 = m_a * H_{1eff}$$

- Ripetendo lo stesso codice cambiando il pedice 1 con quelli dei vari stadi si risolve l'intero schema mostrato precedentemente.

## Condizioni termodinamiche -2

- Si ottengono i seguenti risultati:

$$\begin{aligned} \beta_{1TT} &= 2,117 \\ \beta_{2TT} &= 1,913 \\ \beta_{3TT} &= 1,913 \end{aligned}$$

Rapporti di compressione

$$\begin{aligned} H_{1eff} &= 88,21 \\ H_{2eff} &= 77,73 \\ H_{3eff} &= 77,73 \end{aligned}$$

Prevalenze, in KJ/KgK, dei tre stadi

$$\begin{aligned} P_1 &= 374 \\ P_2 &= 329,6 \\ P_3 &= 329,6 \end{aligned}$$

Potenze, in kW, assorbite dai 3 stadi (quindi su ciascun albero)

$$\begin{aligned} T_{103} &= 380,5 \\ T_{203} &= 380,1 \\ T_{303} &= 380,1 \end{aligned}$$

Temperature totali, in K, all'uscita di ciascuno stadio

- Si osserva che il primo e il secondo stadio sono, per le ipotesi fatte, identici, avendo gli stessi rapporti di compressione, stessi rendimenti e stesse temperature di ingresso.

# Ottimizzazione velocità di rotazione

- Si utilizza la velocità di giri specifica, la quale mette in relazione la portata volumetrica, il numero di giri e la prevalenza isoentropica della macchina. Questo parametro, di definizione tipica per le macchine idrauliche è direttamente legato all'efficienza politropica anche nei compressori.

$$N_s = N_s [g/s] \frac{Q^{0,5}}{H_{is}^{0,75}}$$

- Il grafico a lato [Fletcher, 8] si riferisce alla velocità specifica adimensionale secondo Balje:

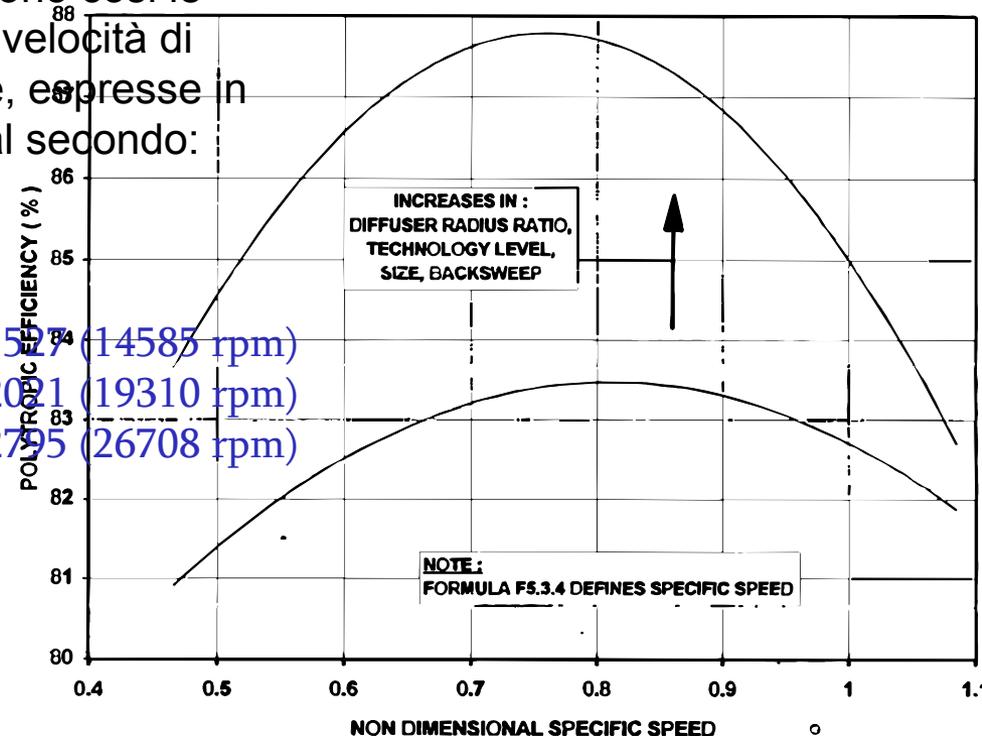
$$N_s = \frac{N * 0,1047 * \left( \frac{m_a * T_3 * 101312}{p_1} \right)^{0,5}}{(c_p * 10,718 * \eta_{is} * \Delta T)^{0,75}}$$

$\omega_{c1} = 1527$  (14585 rpm)  
 $\omega_{c2} = 2021$  (19310 rpm)  
 $\omega_{c3} = 2795$  (26708 rpm)

- Il grafico mostra che l'efficienza isoentropica raggiunge il massimo per  $N_s = 0,75$

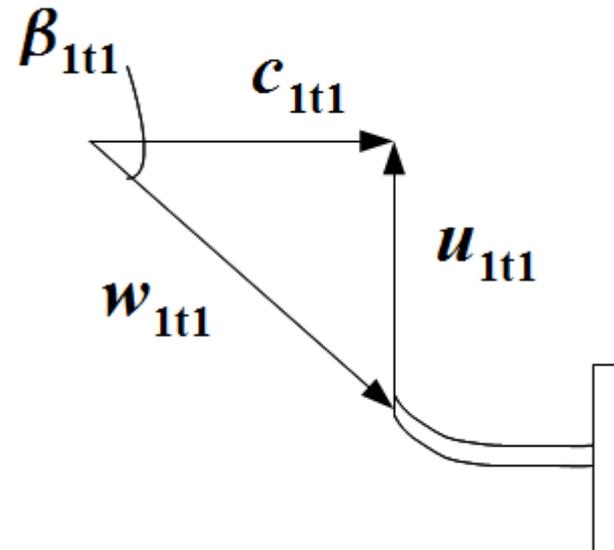
Chart 5.3 Centrifugal compressor: polytropic efficiency versus specific speed.

- Si ottengono così le seguenti velocità di rotazione, espresse in radianti al secondo:



# Condizioni Di Ingresso

- Esistono delle condizioni di ottimo [Dixon, 6] che mirano al disegno della sezione di ingresso contenendo il numero di Mach relativo al tip al di sotto di un certo limite (solitamente 0,8-0,9).
- Nella presente trattazione si utilizza un approccio monodimensionale, valido con accettabile approssimazione solo in mancanza di pre-rotazione del flusso all'ingresso. Si considera quindi il caso di entrata assiale ( $\alpha=0$ ) e si sceglie il raggio esterno che minimizza il numero di Mach relativo al tip [Muñoz, 2].
- Nel codice si continua a seguire la notazione: Il primo numero individua lo stadio a cui la grandezza si riferisce. La lettera h o t si riferisce alla grandezza valutata al tip o al hub.
- A titolo di esempio si riporta il triangolo di velocità al tip all'ingresso dello stadio 1



## Sezioni di passaggio: raggio interno $r_h$

- Il primo parametro che si desidera fissare è il diametro inferiore. Ovviamente il minimo valore possibile anche senza considerare l'ingombro della palettatura è definito dal diametro dell'albero su cui la girante viene calettata. A partire dalle potenze e dalle velocità di rotazione una formula pratica utilizzata partendo dalla semplice situazione di barra cilindrica sottoposta a momento torcente statico:

$$d = \left( \frac{16P}{\omega \pi^2 \tau_{ADM}} \right)^{1/3} \longrightarrow d[cm] = c \left( \frac{P[kW]}{N[r.p.m]} \right)^{(1/3)}$$

- Esistono delle tabelle [Pfleiderer,1] per i valori più usuali della tensione ammissibile i quali considerano il tipo di materiale impiegato, le velocità di rotazione, il numero di stadi e altre considerazioni tipiche della dinamica dei rotori. Nel caso in esame si sceglie  $c=14$  e si ottiene una prima stima dei diametri dei tre alberi.
- Il passaggio dal diametro dell'albero all'altezza della paletta dell'hub dipende dalle caratteristiche costruttive della palettatura. Guardando schemi di macchine simili si sceglie un primo raggio inferiore pari al doppio del raggio dell'albero (arrotondato a cifra pari). In proporzione si ottengono i diametri di tutti e tre gli stadi.

$$\begin{array}{l} d_{1a}=38,33 \\ d_{2a}=33,47 \\ d_{3a}=30,04 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} r_{1h}=40[mm] \\ r_{2h}=35[mm] \\ r_{3h}=32[mm] \end{array}$$

## Ottimizzazione Diametro esterno $r_t$

- Fissato un certo numero di giri, la portata massica e il raggio interno, è possibile ricavare una funzione del numero di Mach senza andare a considerare l'angolo beta, che dipenda solo dalle grandezze all'ingresso. Tale funzione è stata costruita a partire dal seguente sistema di equazioni:

$$w_{t1}^2 = u_{t1}^2 + c_{1t}^2$$

$$m_a = \pi(r_{1e}^2 - r_{1i}^2)\rho_1 c_{1t}$$

$$u_{1t} = \frac{\pi N_1}{30} r_{t1}$$

$$Ma_{r1e} = \frac{w_{1e}}{\sqrt{\gamma R T_{11}}} = \sqrt{\frac{(\pi N_{c1}/30)^2 r_{1t}^2 + (m_a/\pi \rho_{11})^2 \frac{1}{(r_{1t}^2 - r_{1h}^2)^2}}{\gamma R T_{11}}}$$

$$T_{11} = T_{100} - \frac{c_{1t}^2}{2c_p} \quad \frac{\rho_{11}}{\rho_{100}} = \left(\frac{T_{11}}{T_{100}}\right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)}$$

## Diametri Esterni ottimizzati

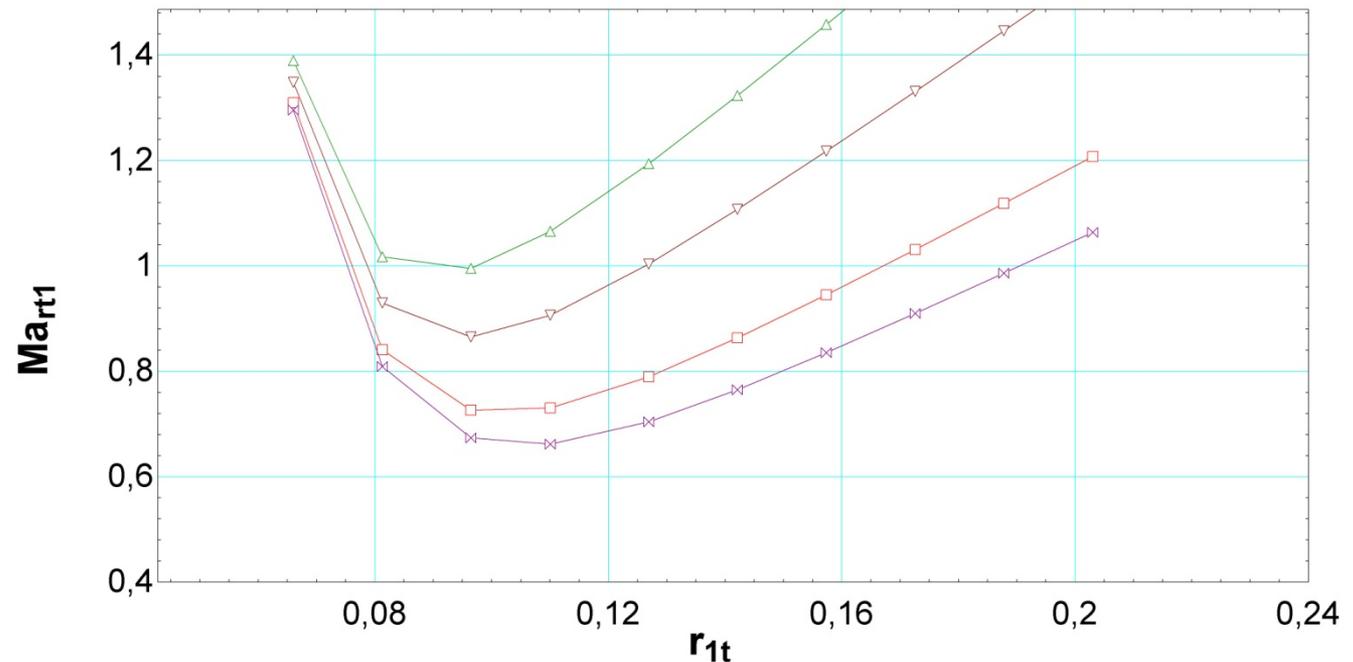
- La relazione tra il numero di Mach relativo al tip e il raggio esterno è ricavata dalla funzione precedente e si osserva che per ogni regime di giri esiste un raggio esterno che minimizza il numero di Mach. La figura mostra come esempio il caso del primo stadio. Il file EES necessita in ingresso la densità e la temperatura totale, il raggio interno e il regime di giri.

- Scegliendo sempre il diametro ottimale, arrotondato all'intero (in mm) più vicino si ricavano:

$R_{1t}=110\text{mm}$

$R_{2t}=82\text{mm}$

$R_{3t}=62\text{mm}$



## Triangoli di velocità all'ingresso, Tip

- Il triangolo di velocità al tip risulta quindi definito, ottenendosi i seguenti risultati.

STADIO	R <sub>h</sub> [mm]	R <sub>t</sub> [mm]	U <sub>1</sub> [m/s]	W <sub>1</sub> [m/s]	C <sub>1</sub> [m/s]	Ma <sub>rT</sub>	N [r.p.m]	Rho <sub>0</sub> [kg/m <sup>3</sup> ]
<b>1</b>	<b>40</b>	<b>110</b>	<b>168</b>	<b>201,7</b>	<b>111,5</b>	<b>0,582</b>	<b>14585</b>	<b>1,221</b>
<b>2</b>	<b>35</b>	<b>80</b>	<b>161,8</b>	<b>195,9</b>	<b>110,6</b>	<b>0,565</b>	<b>19310</b>	<b>2,499</b>
<b>3</b>	<b>32</b>	<b>62</b>	<b>168</b>	<b>208,8</b>	<b>106,1</b>	<b>0,602</b>	<b>27708</b>	<b>4,78</b>

- Infine si valutano gli angoli:

$$\begin{aligned} \beta_{1t} &= \arctan(u_{1t}/c_{1t}) \\ \beta_{2t} &= \arctan(u_{2t}/c_{2t}) \\ \beta_{3t} &= \arctan(u_{3t}/c_{3t}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \beta_{1t} &= 56,42 \text{ [deg]} \\ \beta_{2t} &= 55,65 \text{ [deg]} \\ \beta_{3t} &= 59,48 \text{ [deg]} \end{aligned}$$

# Triangoli di velocità all'ingresso, Hub e Mean

- Per calcolare i triangoli in tutta la pala in ingresso si può utilizzare una dei vari approcci semplificativi basati sulla teoria dell'equilibrio radiale semplificato.
- Nel caso in esame si sceglie l'approccio Free-Vortex, ovvero imporre una legge di variazione degli angoli di velocità secondo il raggio, tale che il campo a di moto sia irrotazionale.

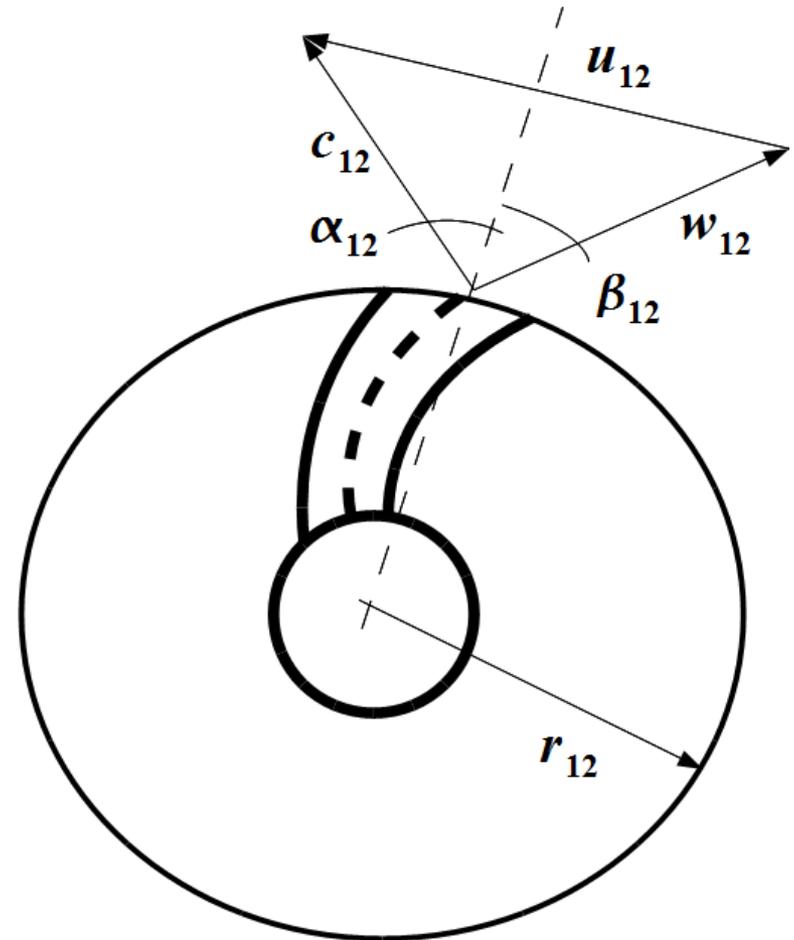
$$\begin{aligned}
 rc_{\theta 1} &= k_{\theta 1} & \tan(\alpha_1) &= \frac{k_{\theta 1}}{rc_{\theta 1}} \\
 c_{x1} &= k_{x1} & \longrightarrow & \tan(\beta_1) = \frac{u - c_{\theta 1}}{c_{x1}} = \frac{1}{c_{x1}} \left( \omega r - \frac{k_{\theta 1}}{r} \right)
 \end{aligned}$$

- Aggiungendo queste due linee di codice vengono definiti i triangoli all'ingresso sia per la radice che per il raggio medio. Si riportano per brevità gli angoli ottenuti, la soluzione esatta di tutto il triangolo di velocità è consultabile sull'archivio .EES

STADIO	Beta_h [deg]	Beta_1 [deg]	Beta_t [deg]
<b>1</b>	<b>28,71</b>	<b>45,77</b>	<b>56,42</b>
<b>2</b>	<b>32,31</b>	<b>46,09</b>	<b>55,32</b>
<b>3</b>	<b>40,99</b>	<b>51,92</b>	<b>59,29</b>

## Condizioni di Uscita

- Il primo passo è la scelta dell'angolo di uscita del flusso relativo. Il triangolo di riferimento è mostrato in figura.
- Tale parametro ha una grande influenza sia nelle condizioni di esercizio nominali (grado di reazione, rendimento e lavoro specifico dipendono fortemente dal suo valore), sia per quanto riguarda la stabilità di funzionamento fuori progetto.
- Prima di scegliere un angolo si è valutato il suo legame con il lavoro specifico e il grado di reazione. Proprio la scelta di quest'ultimo può portare al calcolo di un beta in particolare.
- Nelle applicazioni industriali comuni il grado di reazione varia tra 0,5 e 0,7. Come primo passo si ipotizza  $R=0,7$ .



## Beta\_2 Vs W, R

- Dal triangolo in figura si possono ricavare le seguenti relazioni

$$c_{\theta 12} = u_{12} - c_{1r} \tan(\beta_{12}) \quad w_1^2 - u_1^2 = c_{1x}^2$$

$$c_{\theta_1} = 0 \quad w_2^2 = c_r^2 (1 + \tan^2(\beta_{12}))$$

- Dunque il grado di reazione risulta:

$$R_1 = \frac{(u_{12}^2 - u_{11}^2) + (w_{11}^2 - w_{12}^2)}{2(u_{12} c_{\theta 12} - u_{11} c_{\theta 11})}$$

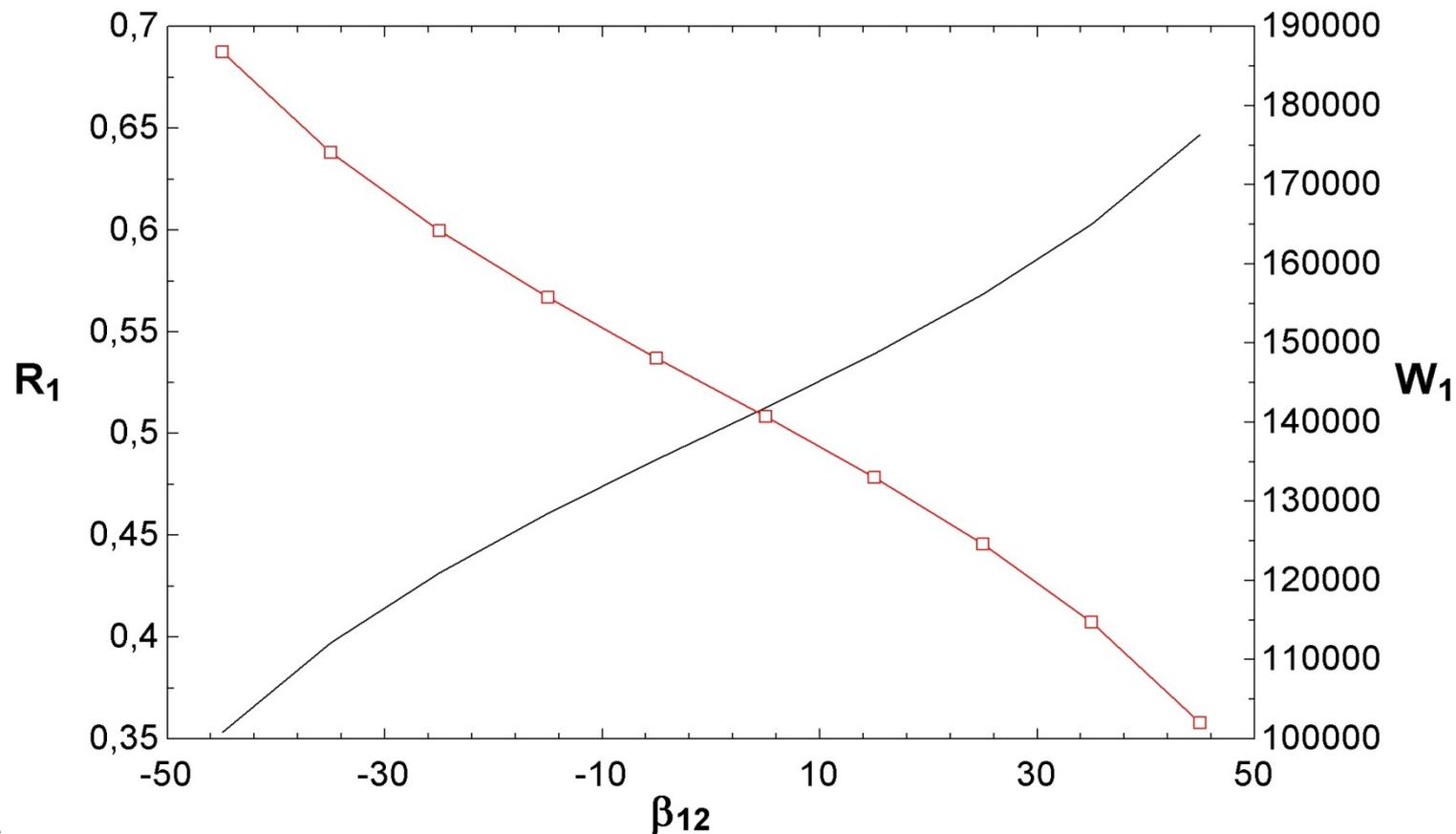
$$R_1 = \frac{u_{12}^2 - c_{1x}^2 - (c_{1r}^2 + c_{1r}^2 \tan^2(\beta_{12}))}{2u_{12} (u_{12} - c_{1r} \tan \beta_{12})}$$

- Il lavoro specifico:

$$W = u_2 c_{\theta 12} = u_{12} (u_{12} - c_{1r} \tan(\beta_{12}))$$

## Scelta di $\beta_{12}$

- Se si suppone ad esempio  $u_{12}=380$  [m/s] e si sceglie come criterio progettuale  $c_{1r}=c_{1x}$  [1] è possibile analizzare l'influenza dell'angolo di uscita del fluido. La curva in rosso mostra l'andamento del grado del lavoro specifico, la curva in nero quella del grado di reazione.



# Triangolo ideale di uscita

- Nello stesso codice usato per il grafico precedente si inserisce ora il valore della prevalenza di ciascuno stadio e la velocità assiale di ingresso e si mantiene (inizialmente) l'ipotesi di velocità meridiana costante. N.B: Questa fase è stata modificata dopo aver calcolato le condizioni di uscita e in particolare il rapporto di decelerazione delle velocità relative. Si è rivelato necessario porre  $c_{1r}=0,8c_{1x}$

➤ A titolo di esempio, per lo stadio uno:

STADIO	U <sub>2</sub> [m/s]	W <sub>2</sub> [m/s]	C <sub>2</sub> [m/s]	Beta <sub>2</sub> [deg]	Alpha <sub>2</sub> [deg]	R <sub>2</sub> [mm]
1	368,2	156,5	255,7	55,25	65,04	241,1
2	343,7	147,8	243,2	52,71	63,67	170
3	345,1	147,1	240,9	54,5	64,63	118,9

$$\alpha_{22} = \arctan(c_{2x}/c_{THETA22})$$

$$c_{22} = (c_{2r}^2 + c_{2x}^2)^{0,5}$$

$$w_{22} = c_{2r}/TAGB2$$

$$\epsilonpsilon_1 = r_{12}/r_{11}$$

$$r_{11} = (r_{1h} + r_{1t}/2000)$$

$$N_{c1} = 14585$$

$$r_{12} = 30 * u_{12} / (\pi * N_{c1})$$

- Vengono qui definiti dei parametri che saranno utili per l'analisi successiva sia del condotto, sia per un primo calcolo del numero delle pale



## Verifiche condotto meridiano

- Come si è visto fin'ora le condizioni di ingresso e di uscita non sono tra loro collegate nella fase di progettazione. Una volta definiti i primi valori della geometria occorre però verificare la bontà dei risultati ottenuti. Il canale meridiano che li collega infatti viene dimensionato con criteri non adattabili a qualsiasi valore delle condizioni d'ingresso e di uscita.
- Senza entrare nel dettaglio del disegno del condotto meridiano esistono quattro numeri indici che occorre verificare. I primi due sono vengono verificati in questa fase poiché un loro riadattamento può provocare un grosso cambiamento nei triangoli di velocità, in particolare un cambiamento della velocità di rotazione. Si tratta dei seguenti [Osnaghi, 4]:

$$k = r_{1h}/r_{1t} = 0,3 \div 0,7$$

$$\lambda = r_{1t}/r_2 = 0,5 \div 0,7$$

- Nel caso in esame i primi risultati ottenuti sono:

$$k_1=0,3636$$

$$k_2=0,4375$$

$$k_3=0,5161$$

$$\lambda_1=0,4563$$

$$\lambda_2=0,4707$$

$$\lambda_3=0,508$$

- Si osserva quindi che è necessario , almeno per i primi due stadi, aumentare le velocità di rotazione.

## Modifiche Necessarie: Ingresso

- Si osserva che per rientrare negli intervalli precedenti è necessario aumentare la velocità dei primi due stadi del 10%. Ripercorrendo l'ottimizzazione dei raggi all'ingresso di ciascuno stadio si osserva che i nuovi raggi  $r_t$  cambiano poco e vengono quindi mantenuti.
- Cambiano ovviamente i triangoli di velocità e i nuovi risultati per i triangoli in ingresso sono contenuti nelle seguenti tabelle, dove le velocità sono espresse in m/s, i raggi in mm e gli angoli in deg.

STADIO	beta_h	beta_m	beta_t	C_x	w_1h	w_1m	w_1t
1	30,73	58,55	58,55	113	131,5	169,3	216,6
2	34,82	48,81	57,83	111,9	136,3	170	210,2
3	40,99	51,92	59,29	106,8	141,5	173,2	209,2

STADIO	u_1h	u_1	u_1t	r_1	Ma_rh	Ma_rm	Ma_rt
1	67,2	126	184,8	75	0,3801	0,4893	0,6262
2	77,85	127,9	177,9	57,5	0,394	0,4911	0,6075
3	92,85	136,4	179,9	47	0,4087	0,5003	0,6042

## *Triangolo ideale di uscita*

- Ovviamente anche il triangolo di velocità all'uscita risulta modificato e si ottengono i seguenti risultati:

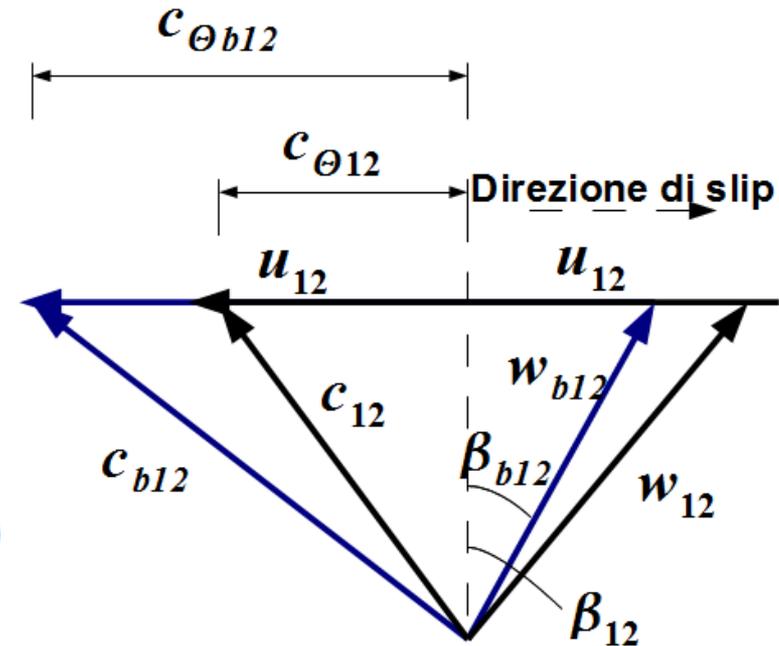
<b>STADIO</b>	<b>U_2 [m/s]</b>	<b>W_2 [m/s]</b>	<b>C_2 [m/s]</b>	<b>Beta_2 [deg]</b>	<b>Alpha_2 [deg]</b>	<b>R_2 [mm]</b>
<b>1</b>	<b>367,8</b>	<b>156,7</b>	<b>256,3</b>	<b>54,76</b>	<b>64,77</b>	<b>218,9</b>
<b>2</b>	<b>343,7</b>	<b>147,8</b>	<b>243,2</b>	<b>52,71</b>	<b>63,67</b>	<b>154,5</b>
<b>3</b>	<b>345,1</b>	<b>147,1</b>	<b>240,9</b>	<b>54,5</b>	<b>64,63</b>	<b>118,9</b>

# Triangolo palare di uscita: Slip Factor

➤ Pur trascurando gli attriti e immaginando il flusso all'interno delle pale perfettamente ideale ci sarà sempre uno slittamento del flusso rispetto alle stesse. Se vogliamo quindi un angolo del fluido di circa  $50^\circ$  è necessario utilizzare per le pale un angolo minore, per tener conto di tale "slittamento". La differenza tra il triangolo di velocità del fluido e quello che si avrebbe nel caso ideale di pale infinite è tenuta in considerazione nello *slip factor*.

➤ La correlazione utilizzata è quella di Wiesner [Wiesner, 9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 1 - \frac{\sqrt{\cos(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}} \\ r_1/r_2 < \varepsilon_{limit} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_{16} \cos(\beta_{2b})}{\varepsilon Z}} \\ \sigma = 1 - \frac{\sqrt{\cos(\beta_{2b})}}{Z^{0.7}} \left( 1 - \left( \frac{r_1/r_2 - \varepsilon_{limit}}{1 - \varepsilon_{limit}} \right)^3 \right) \\ r_1/r_2 > \varepsilon_{limit} \end{array} \right.$$



## Scelta del numero di pale $Z$

- Dal triangolo di velocità ideale è stato ricavato il diametro esterno. Noto il diametro interno medio e l'angolo di uscita del fluido si può calcolare il numero di pale secondo la formula empirica di Pfeleiderer:

$$Z = k_s \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} \cos\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right) \quad \varepsilon = r_2/r_1$$

- Tale formula tiene in considerazione soprattutto l'ingombro delle pale nella sezione di ingresso. Il coefficiente  $k_s$  dipende dal rapporto tra lo spessore delle pale e il diametro ed è quindi più tanto più piccolo quanto minori sono le dimensioni del compressore. L'utilizzo di questa formula ha portato a calcolare il seguente numero di pale:

$$\begin{aligned} Z_1 &= 8,981 \quad (9) \\ Z_2 &= 10,37 \quad (11) \\ Z_3 &= 9,671 \quad (10) \end{aligned}$$

- Risulta evidente che un numero di pale così basso non è in grado di guidare correttamente il fluido, ottenendosi valori dello slip factor decisamente bassi e, di conseguenza una forte differenza tra l'angolo di pala e l'angolo del fluido.

- Secondo la teoria di Stodola [Ventrone, 3] è buona norma mettere un numero di pale pari a circa 1/3 dell'angolo beta (misurato in direzione tangenziale)

## Le pale splitter

➤ Risulta quindi impossibile in questo caso trovare un compromesso ragionevole alle esigenze fluidodinamica e meccaniche con un unico numero di pale. La soluzione comune in questi casi è quindi quella di utilizzare pale splitter come nell'esempio in figura.

➤ Si sceglie quindi di raddoppiare il numero delle pale calcolato secondo la formula precedente:

$$Z_1=18$$

$$Z_2=22$$

$$Z_3=20$$

➤ Scelto il numero di pale ed essendo noto il triangolo di velocità ideale del fluido è ora possibile utilizzare le correlazioni di Weisner per il calcolo degli angoli di pala



## Calcolo dello slip Factor

- L'utilizzo della formula di Weisner prevede un calcolo iterativo che viene qui fatto variando manualmente il valore dello slip factor. Essendo ovviamente il procedimento identico per i tre stadi si riportano solo le linee di codice per il terzo:

$$Z_3=20$$

$$\sigma_{3i}=0,8963$$

$$c_{\theta 32}=(1-\sigma_{3i})u_{32}+c_{\theta 32}$$

$$\alpha_{32}=\arctan(c_{\theta 32}/c_{3r})$$

$$W_{\theta 32}=u_{32}-c_{\theta 32}$$

$$\beta_{32}=\arctan(W_{\theta 32}/c_{3r})$$

$$\sigma_{3ii}=(1-\sqrt{\cos(\beta_{32})})/Z_3^{0,7}$$

$$\epsilon_{limite3}=1/(2,7182^{(8,16*\cos(\beta_{32})})/Z_3)$$

$$\epsilon_3=r_{31}/r_{32}$$

$$\sigma_{3EFF}=\sigma_{3ii}*(1-((r_{31}/r_{32}-\epsilon_3)/(1-\epsilon_3))^{0,3})$$

$$t_3=0,003$$

$$m_a=c_{3r}*\rho_{32}*(\pi^2*r_{32}^2*f_{c3}^2*b_3)$$

$$f_{c3}=1-(Z_3*t_3)/(2*\pi*r_{32}*\sin(90-\beta_{32}))$$

- Si ipotizza un primo valore tentativo di  $\sigma_{3i}$

- Si risolve, secondo la definizione di slip factor [Wiesner, 9], il triangolo di velocità palare

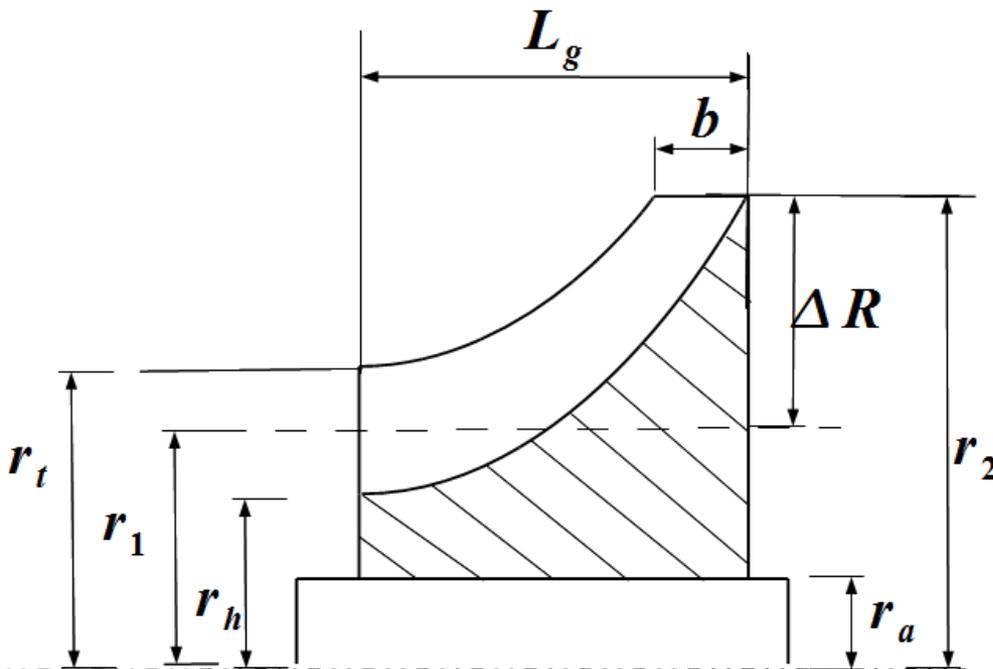
- Si ricalcola un nuovo  $\sigma_{3ii}$

- Si verifica se è necessario calcolare il termine correttivo

- Si calcola, tenuto conto di un opportuno coefficiente di ostruzione, l'altezza della pala all'uscita della girante

## Geometria del condotto meridiano

- Il file si chiude con il calcolo di quattro parametri geometrici di riferimento per il disegno del condotto meridiano. In funzione del rapporto di velocità  $w_2/w_1$  esistono grafici che mostrano il rendimento delle giranti di compressori aventi diverse configurazioni di questi 4 valori [Osnaghi, 4].



$$K_1 = \frac{r_t}{r_2} \quad K_2 = \frac{r_h}{r_t}$$

$$K_3 = \frac{b}{r_2} \quad K_4 = \frac{L_g - b/2}{\Delta R}$$

- In cui lo sviluppo assiale della macchina viene calcolato utilizzando il "length parameter" ([Fletcher, 8]):

$$LP_1 = 1,15$$

$$LP_1 = L_{g1} / (r_{12} - 0,5 * (r_{1t} - r_{1h}))$$

## Risultati Ottenuti

➤ Una volta che  $\sigma_i = \sigma_{ii}$ , si ottiene quanto segue:

STADIO	Beta_2	Beta_2b	C_theta2	C_theta2b	W_theta2	W_theta2b	sigma
1	54,76	43,8	239,8	281,1	127,9	86,7	0,8877
2	52,71	43,09	226,2	260	117,5	83,75	0,9018
3	54,5	44,52	225,3	261,1	119,8	84,01	0,8963

➤ Per ciascuno stadio si ricavano inoltre i seguenti quattro parametri geometrici:

STADIO	K_1	K_2	K_3	K_4	R_2	Lg
1	0,5025	0,3636	0,0994	1,394	218,9	211,5
2	0,565	0,4375	0,1277	1,521	141,6	137
3	0,5214	0,5161	0,1006	1,579	118,9	119,5

## Verifiche finali Giranti

- Per ciascuna girante infine vengono calcolati 5 numeri indici utili ad un confronto con giranti esistenti. Per il primo stadio ad esempio si scrive:

$$\begin{aligned} Ma_{1A2} &= c_{12}/a_{12} \\ Ma_{1P} &= u_{12}/a_{10} \\ D.F._1 &= w_{12}/w_{1t} \\ \phi_1 &= c_{1x}/u_{12} \\ PSI_1 &= W_1/u_{12}^2 \end{aligned}$$

$$Ma_{1A2} = 0,6843$$

- Numero di Mach assoluto all'uscita:  $Ma_{2A2} = 0,6464$   
 $Ma_{3A2} = 0,6398$

$$Ma_{1P} = 1,07$$

- Numero di Mach Periferico:  $Ma_{2P} = 0,9134$   
 $Ma_{3P} = 0,9163$

$$D.F._1 = 0,7233$$

- Decelerazione flusso relativo:  $D.F._2 = 0,7029$   
 $D.F._3 = 0,7034$

$$\phi_1 = 0,3072$$

- Coefficiente di flusso:  $\phi_2 = 0,3256$   
 $\phi_3 = 0,3095$

$$PSI_1 = 0,6521$$

- Coefficiente di carico:  $PSI_2 = 0,658$   
 $PSI_3 = 0,6528$

## Grandezze statiche "2"

- Per poter dimensionare l'elemento seguente, il diffusore, è necessario conoscere le grandezze statiche in uscita dalla girante. Di nuovo si tratta di stime fatte ipotizzando un rendimento della girante per cui il processo è iterativo ed andrebbe ripetuto una volta dimensionata la macchina.

$$\begin{aligned} \eta_{pol} &= 0,9 \\ T_{103} &= 380,5 \\ T_{102} &= T_{103} \\ T_{100} &= 293 \\ p_{100} &= 103 \end{aligned}$$

- Noto il triangolo di velocità del fluido si può ipotizzare un rendimento politropico per la girante e da qui ricavare le condizioni statiche all'uscita della stessa, essendo nota la temperatura totale.

$$T_{12} = T_{102} - c_{12}^2 / (2 * c_p)$$

- Calcolo temperatura statica

$$n / (n - 1) = \eta_{pol} * (\gamma) / (\gamma - 1)$$

- Definizione di rendimento politropico

$$\beta_{1Tg} = (T_{102} / T_{100})^{n / (n - 1)}$$

- Rapporto di compressione totale della girante

$$p_{102} = p_{100} * \beta_{1Tg}$$

- Pressione totale uscita girante

$$p_{12} = p_{102} * (T_{12} / T_{102})^{(\gamma) / (\gamma - 1)}$$

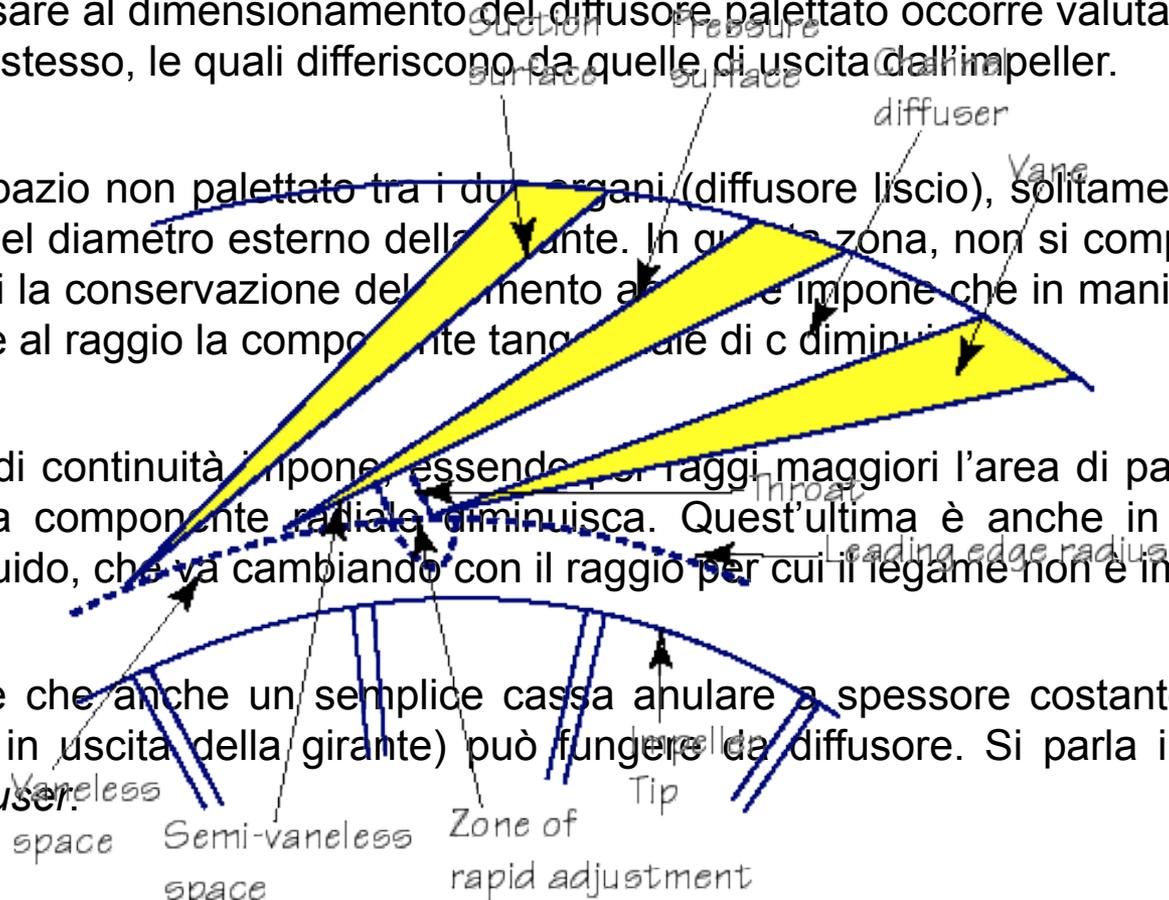
- Pressione statica uscita girante

$$\rho_{12} = p_{12} / (R * T_{12})$$

- Densità uscita girante

# Condizioni ingresso diffusore palettato

- Prima di passare al dimensionamento del diffusore palettato occorre valutare le condizioni di ingresso allo stesso, le quali differiscono da quelle di uscita dall'impeller.
- Esiste uno spazio non palettato tra i due organi (diffusore liscio), solitamente variabile tra il 10 e il 20% del diametro esterno della ruota. In questa zona, non si compie più lavoro sul fluido, per cui la conservazione del momento angolare impone che in maniera inversamente proporzionale al raggio la componente tangenziale di  $c$  diminuisca.
- L'equazione di continuità impone, essendo per raggi maggiori l'area di passaggio maggiore, che anche la componente radiale diminuisca. Quest'ultima è anche in relazione con la densità del fluido, che va cambiando con il raggio per cui il legame non è immediato.
- Ne consegue che anche un semplice cassa anulare a spessore costante (pari all'altezza delle palette in uscita della girante) può fungere da diffusore. Si parla in questo caso di *vaneless diffuser*.
- Per aumentare l'effetto di diffusione in direzione radiale e diminuire quindi l'ingombro radiale della macchina si sceglie di lavorare con un diffusore palettato, in particolare di tipo wedge.



## Calcolo delle condizioni di incidenza

- Si utilizza una prima semplificazione: *la pressione totale resta invariata nello spazio tra impeller e pale del diffusore [Cohen, 7].*

- Si ipotizza una densità all'ingresso delle pale e si procede con il seguente ciclo iterativo:

$$r_{1di}=1,2*r_{12}$$

$$\rho_{1di}=1,855$$

$$m_a=r_{1di}^2*\pi*b_{11}*c_{1rdi}*\rho_{1di}*f_{d1}$$

$$t_{1d}=0,003$$

$$Z_{1d}=19$$

$$f_{d1}=1-(Z_{1d}*t_{1d})/(2*\pi*r_{1di}*\sin(\alpha_{1du}))$$

$$c_{\theta 12}*r_{12}=c_{\theta 1di}*r_{1di}$$

$$c_{1di}=(c_{\theta 1di}^2+c_{1rdi}^2)^{0,5}$$

$$T_{1di}=T_{102}-0,5*c_{1di}^2/c_p$$

$$T_{1di}=T_{102}*(p_{1di}/p_{102})^{((\gamma-1)/\gamma)}$$

$$p_{1di}=R*T_{1di}*\rho_{1di}$$

$$\alpha_{1di}=\arctan(c_{\theta 1di}/c_{1rdi})$$

- Ripetendolo per gli altri stadi si ha una buona stima delle condizioni di ingresso su ciascun diffusore

- Fino a quando, come in questo esempio relativo al primo stadio, si ha  $\rho_{1di}=\rho_{1dii}$

## Condizioni di ingresso al diffusore palettato

STADIO	R_id [mm]	Alpha [deg]	C_di [m/s]	T_di [K]	P_di [kPa]	Rho_di [kg/m <sup>3</sup> ]	T_02 [K]	p_02 [kPa]
1	262,7	71,22	211,1	358,8	191,5	1,86	380,5	1,855
2	185,4	72,08	198,1	361	373,8	3,354	380,5	3,596
3	142,7	71,18	198,3	361	714,9	6,443	380,5	6,876

- Le condizioni (di ristagno) in uscita di ciascun diffusore sono anch'esse note dai primi calcoli termodinamici. Le grandezze statiche a esse associate dipendono dalla scelta della velocità di scarico.
- Il problema si riduce quindi al loro dimensionamento, ovvero scegliere i diametri esterni e l'altezza di palettatura in ingresso e in uscita.
- Una volta dimensionati si dovrebbe valutare le loro efficienza reali e, con queste, riconsiderare le ipotesi fatte fin'ora. Il processo ovviamente è iterativo.

## Condizioni statiche all'uscita dei diffusori

- Si trascura in prima approssimazione l'effetto di diffusione della voluta, considerandola, per ora, come l'elemento avente il solo compito di raccogliere il flusso in uscita dai diffusori.
- Se si ipotizza una velocità di scarico  $c_3 = 40 \text{ m/s}$ , è possibile calcolare le condizioni statiche dei punti 3. Ad esempio, per il diffusore del primo stadio si ha:

$$T_{13} = T_{103} - c_{13}^2 / (2 \cdot c_p)$$

$$p_{13} = p_{103} \cdot (T_{13} / T_{103})^{(\gamma / (\gamma - 1))}$$

$$\rho_{13} = p_{13} / (R \cdot T_{13})$$

- A questo punto fissato un rapporto tra il raggio interno ed esterno di ciascun diffusore è possibile, considerato un opportuno coefficiente di ingombro, calcolare l'altezza di uscita dei diffusori.

$$\alpha_{1du} = \alpha_{1di}$$

$$m_a = r_{1du} \cdot 2 \cdot \pi \cdot b_{12} \cdot c_{1r3} \cdot \rho_{13} \cdot f_{d2}$$

$$f_{d2} = 1 - (Z_{1d} \cdot t_{1d}) / (2 \cdot \pi \cdot r_{1du} \cdot \sin(\alpha_{1du}))$$

$$r_{1du} = 1,8 \cdot r_{1di}$$

$$c_{p1} = (p_{13} - p_{1di}) / (0,5 \cdot \rho_{1di} \cdot c_{1di}^2) \cdot 1000$$

$$c_{1r3} = c_{13} \cdot \cos(\alpha_{1du})$$

$$c_{1\theta3} = c_{13} \cdot \sin(\alpha_{1du})$$

## Dimensioni diffusori

- Infine è possibile calcolare il rendimento di diffusione atteso per ciascuno stadio. Per lo stadio uno si ottiene:

$$T_{103s} = T_{12} \cdot (p_{103}/p_{12})^{((\gamma-1)/\gamma)}$$

$$\eta_{1d} = (T_{103s} - T_{12}) / (T_{103} - T_{12})$$

Stadio	R_di [mm]	R_du [mm]	Alpha [deg]	b_1 [mm]	b_2 [mm]	C_p	N_pale	Eta_D
<b>1</b>	<b>262,7</b>	<b>472,8</b>	<b>71,22</b>	<b>21,15</b>	<b>57,16</b>	<b>0,6022</b>	<b>19</b>	<b>73,63%</b>
<b>2</b>	<b>185,4</b>	<b>333,7</b>	<b>72,08</b>	<b>17,5</b>	<b>44,66</b>	<b>0,5700</b>	<b>19</b>	<b>72,83%</b>
<b>3</b>	<b>142,7</b>	<b>256,8</b>	<b>71,18</b>	<b>11,4</b>	<b>29,09</b>	<b>0,5700</b>	<b>17</b>	<b>72,09%</b>

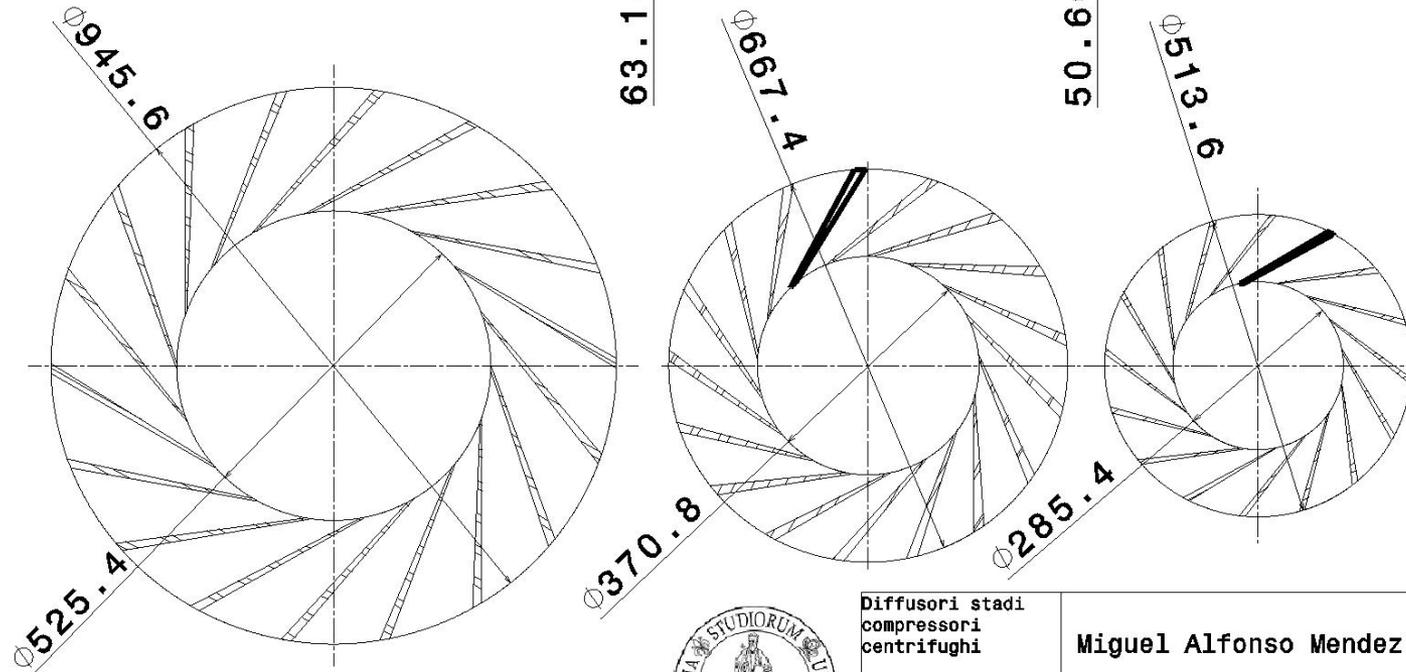
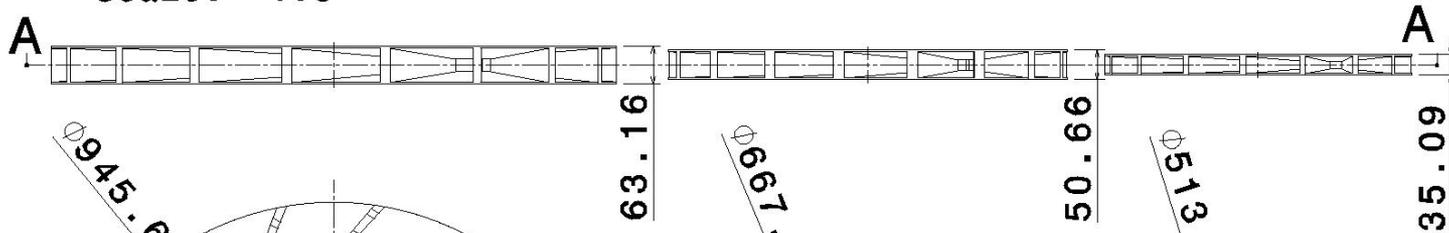
La scelta del numero di canali del diffusore deve tener conto di numerosi fattori quali ad esempio:

- 1) Rendimento del diffusore
- 2) Comportamento fuori progetto della macchina, rango di stabilità richiesto
- 3) Frequenze di risonanza naturali dell'impeller

# Diffusori

➤ Con

Front view  
Scale: 1:6



Section view A-A  
Scale: 1:6



Diffusori stadi  
compressori  
centrifughi

Miguel Alfonso Mendez

Matricola:  
5044558

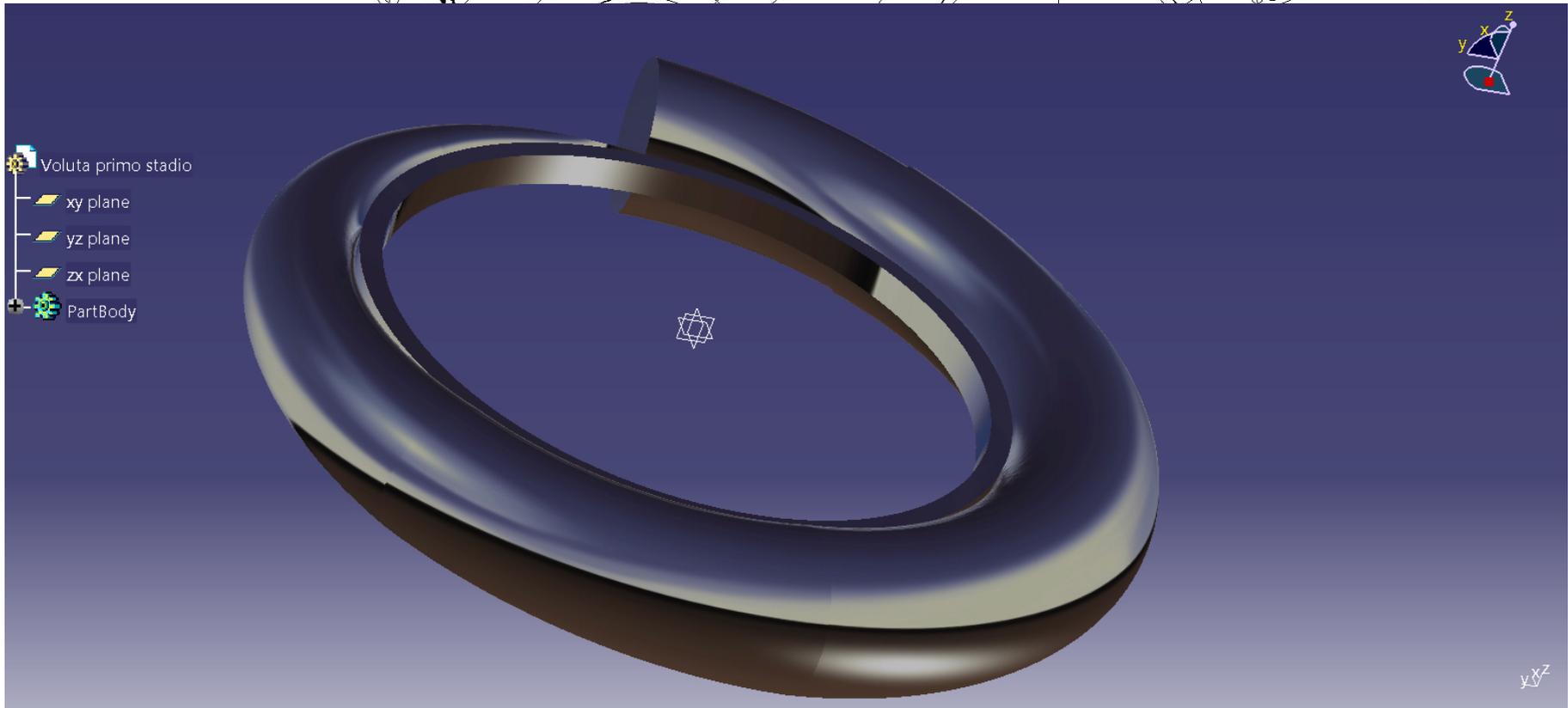
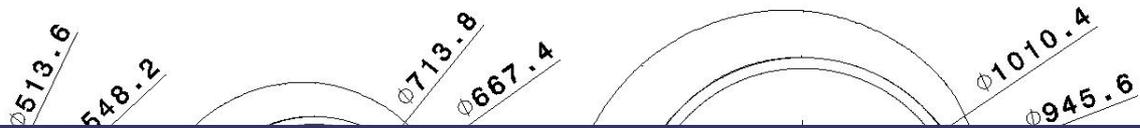
Esercitazione  
Corso di Turbomacchine



# Volute

➤ Il r  
de  
2, i

are, già  
itazione



xyz

## Bibliografia

- [1] **C.Pfleiderer H.Petermann**, "*Turbomacchine*", Tecniche Nuove, Milano, 1985
- [2] **Antonio Muñoz Blanco**, "*Turbomáquinas Térmicas*", Sintesis, Madrid, 2004
- [3] **Giuseppe Ventrone**, "*Le Turbomacchine*", Cortina, Padova, 1986
- [4] **Carlo Osnaghi**, "*Teoria delle Turbomacchine*", Leonardo, Bologna, 2002
- [5] **Oreste Acton**, "*Turbomacchine*", UTET, Genova, 1985
- [6] **S.L.Dixon**, "*Fluid mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery*", Elsevier Inc, 1998.
- [7] **H. Cohen**: "*Gas Turbine Theory*", Longman, Cornwall, 1996
- [8] **P. Fletcher, P.P. Walsh** "*Gas Turbine Performance*", Blackwell Science, Oxford, 2004
- [9] **F. J. Wiesner**, "*A Review of Slip Factors for Centrifugal Impellers*", ASME, October 1967